

Altres disposicions

Decret 375/2023, del 12 de juliol del 2023

Decret 375/2023, del 12-7-2023, de publicació del Programa de matemàtiques científicotècniques del batxillerat general de l'Escola Andorrana.

Exposició de motius

Vist l'article 17 del Decret legislatiu del 30-5-2018 de publicació del text refós de la Llei qualificada d'educació, del 3-9-1993, en el qual s'estableix que els principis rectors del sistema educatiu andorrà i les seves modalitats, els nivells, els cicles, els cursos i les opcions establerts per la Llei es desenvoluparan amb un reglament que en determinarà els programes;

Vist l'apartat 2 de l'article 9 de la Llei qualificada esmentada, en el qual es reconeix que els alumnes tenen dret que el seu rendiment escolar sigui valorat amb criteris objectius;

Vist l'article 11 de la Llei esmentada, en el qual es reconeix el dret de llibertat de càtedra dels docents, sempre que s'exerceixi des del respecte a la Constitució i amb una finalitat educativa;

Vist l'article 4 de la Llei 17/2018, del 26 de juliol, d'ordenament del sistema educatiu andorrà, en el qual s'especifica que correspon al Govern desenvolupar, aprovar i publicar els referents curriculars de les àrees d'aprenentatge o assignatures dels ensenyaments;

Vist l'article 6 de la Llei esmentada, en el qual es defineix *programa* com el conjunt d'elements curriculars que han de ser objecte d'ensenyament, aprenentatge i avaluació en un nivell educatiu o un diploma determinat;

Vist el Decret del 27-2-2019 d'ordenament del nivell del batxillerat general del sistema educatiu andorrà;

Vist l'article 19 del Decret esmentat, en el qual es determina que els programes de les assignatures i de les competències transversals es publiquen mitjançant el decret corresponent;

Vist el Decret del 27-3-2019 de publicació del programa de l'assignatura de matemàtiques científicotècniques del batxillerat general de l'Escola Andorrana;

Atesa la implementació del programa i la millora constant de l'ensenyament, l'aprenentatge i l'avaluació de l'assignatura de matemàtiques científicotècniques de l'Escola Andorrana del batxillerat, es reordenen les competències del programa; s'amplia l'apartat de les orientacions didàctiques de la competència 3; i s'elimina dels criteris d'avaluació i de l'expectativa de la competència 4 "l'ús de l'eina informàtica", tenint en compte que es manté en el descriptiu i en les orientacions de la competència del programa.

Atesa la necessitat de presentar de manera complerta totes les parts del programa i desenvolupar-ne les prescripcions i les orientacions, es torna a publicar íntegrament l'annex que conté el programa de l'assignatura de matemàtiques científicotècniques del batxillerat de l'Escola Andorrana amb totes les modificacions incorporades, a fi de garantir la seguretat jurídica.

Ateses les consideracions esmentades, a proposta del ministre de Relacions Institucionals, Educació i Universitats, el Govern, en la sessió del 12 de juliol del 2023, aprova el Decret de publicació del Programa de matemàtiques científicotècniques de l'Escola Andorrana, amb el contingut següent:

Article 1. *Objecte*

Aquest decret té com a objecte la modificació del programa de l'assignatura de matemàtiques científicotècniques del batxillerat general publicat en el Decret del 27-3-2019.



Article 2. *Condicions en què s'aplica el Programa*

El Programa de matemàtiques científicotècniques del batxillerat general s'implementa en les condicions i en els termes determinats per la normativa reguladora de l'ordenament del batxillerat de l'Escola Andorrana.

Article 3. *Programa de matemàtiques científicotècniques*

El Programa de l'assignatura matemàtiques científicotècniques del batxillerat general de l'Escola Andorrana s'inclou a l'annex.

Disposició derogatòria

Es deroga el Decret del 27-3-2019 de publicació del programa de l'assignatura de matemàtiques científicotècniques del batxillerat general.

Disposició final

Aquest Decret entra en vigor l'endemà de ser publicat al *Butlletí Oficial del Principat d'Andorra*.

Cosa que es fa pública per a coneixement general.

Andorra la Vella, 12 de juliol del 2023

Xavier Espot Zamora
Cap de Govern

Annex. Programa de matemàtiques científicotècniques del batxillerat general

MAT

Programa de **Matemàtiques científicotècniques** de batxillerat de l'Escola Andorrana

Ministeri de Relacions Institucionals, Educació i Universitats



Govern d'Andorra



BOPA

Butlletí Oficial del
Principat d'Andorra

Núm. 91

19 de juliol del 2023

4/36

Programa de **matemàtiques científicotècniques** de batxillerat de l'Escola Andorrana

Ministeri de Relacions Institucionals, Educació i Universitats



Govern d'Andorra



Programa de matemàtiques científicotècniques de batxillerat de l'Escola Andorrana
Aquest programa correspon a l'annex del Decret del 12-07-2023 de publicació del programa de matemàtiques científicotècniques de batxillerat de l'Escola Andorrana

Coordinat per l'Àrea d'Ordenament Curricular

Grup de redacció del programa:

Jordi Deulofeu, Professor didàctica de les Matemàtiques en la Universitat Autònoma de Barcelona
Àrea d'Ordenament Curricular (seguiment, redacció i coordinació)

Disseny: www.pixelconcepte.com

Maquetació: Àrea d'Ordenament Curricular

ISBN: 978-99920-0-981-9

Dipòsit legal: AND.323-2023

Adreça i contacte:

Àrea d'Ordenament Curricular

Ministeri de Relacions Institucionals, Educació i Universitats

Avinguda Rocafort, 21-23. AD600 Sant Julià de Lòria

www.educacio.ad

Índex

Introducció	6
Competències específiques	8
C1. Resoldre problemes matemàtics i aplicats a contextos científicotècnics	9
Orientacions didàctiques de la C1	10
Criteris d'avaluació de la C1	11
Expectatives de final de cicle de la C1	11
C2. Modelitzar matemàticament situacions científicotècniques usant recursos numèrics, algebraics, funcionals o estadístics	12
Orientacions didàctiques de la C2	13
Criteris d'avaluació de la C2	13
Expectatives de final de cicle de la C2	14
C3. Raonar matemàticament amb diversos recursos lògics	15
Orientacions didàctiques de la C3	15
Criteris d'avaluació de la C3	16
Expectatives de final de cicle de la C3	17
C4. Comunicar amb llenguatge matemàtic i eines tecnològiques els processos i els resultats d'una situació matemàtica	18
Orientacions didàctiques de la C4	18
Criteris d'avaluació de la C4	19
Expectatives de final de cicle de la C4	19
Recursos d'aprenentatge	20
Bloc 1. Nombres	21
Orientacions didàctiques del bloc 1	22
Bloc 2. Geometria i Àlgebra lineal	23
Orientacions didàctiques del bloc 2	24
Bloc 3. Càlcul	25
Orientacions didàctiques del bloc 3	27
Bloc 4. Estadística i probabilitat	27
Orientacions didàctiques del bloc 4	28
Quadres de síntesi	30
Quadre de síntesi de la C1	31
Quadre de síntesi de la C2	32
Quadre de síntesi de la C3	33
Quadre de síntesi de la C4	34



BOPA

Butlletí Oficial del
Principat d'Andorra

Núm. 91

19 de juliol del 2023

7/36

Introducció

Les matemàtiques són part substancial de la vida social i productiva actual com no ho havien estat mai. La revolució del coneixement actual, amb un impacte tecnològic enorme, fa imprescindible que els estudiants amb vocacions científicotècniques hagin de dominar les competències matemàtiques.

Amb actitud crítica i reflexiva sobre les noves realitats i la seva projecció en el futur de l'Andorra del segle XXI, els alumnes de l'assignatura de matemàtiques científicotècniques de batxillerat assoleixen les competències matemàtiques essencials per usar-les en tota mena de situacions, amb un ús eficient de les tecnologies a l'abast i apreciant, a través d'aplicacions reals en diversos contextos, el valor dels models matemàtics teòrics i aplicats.

Durant el desenvolupament de l'assignatura, s'amplia substancialment la formació matemàtica de segona ensenyança i es prepara els alumnes per a futurs estudis universitaris científicotècnics (graus de ciències, de ciències de la salut, enginyeries i arquitectura, entre d'altres). A la vegada, ofereix una formació competencial que ha de servir en si mateixa per assumir els reptes matemàtics que la vida actual exigeix i per assolir el fi últim d'estudiar matemàtiques, que és aprendre a pensar amb rigor.

Arreu del món, les matemàtiques es treballen de forma competencial. La competència matemàtica es defineix com "l'habilitat per desenvolupar i aplicar el raonament matemàtic amb la finalitat de resoldre problemes en una gran varietat de situacions i contextos". És a dir, adquirir unes destreses matemàtiques i ser capaç d'aplicar-les a problemes de la realitat.

Els alumnes han de descobrir i reconstruir les matemàtiques, és a dir, construir les seves pròpies matemàtiques. S'entén, doncs, que la tasca principal del professor és ajudar els alumnes fent preguntes, proporcionant ajudes, guiant i orientant més que aportant solucions definitives.

Les aplicacions de les matemàtiques en situacions reals són un element instructiu i motivador per plantejar reptes matemàtics i recerques interdisciplinàries en contextos de tota mena. Permeten observar si les competències matemàtiques s'han assolit, és a dir, si l'alumne sap aplicar les matemàtiques apreses (recursos i competències) en contextos diversos i si, per fer-ho, estableix connexions entre tots els sabers (saber, saber fer i saber aplicar).

A més, per fomentar el desenvolupament d'una cultura i d'una ciutadania democràtiques s'han destacat els aspectes del programa que hi estan relacionats. En efecte, es representa el model competencial del Marc de referència de competències d'una cultura democràtica del Consell d'Europa. Aspectes com la formació d'una ciutadania activa i responsable, amb consciència crítica, capaç de respectar els altres, col·laborar pel bé de la col·lectivitat i participar en una societat democràtica i plural, s'indicaran en endavant amb el símbol¹.

1 La relació amb les competències d'una cultura democràtica del Consell d'Europa s'indicarà amb el símbol següent:



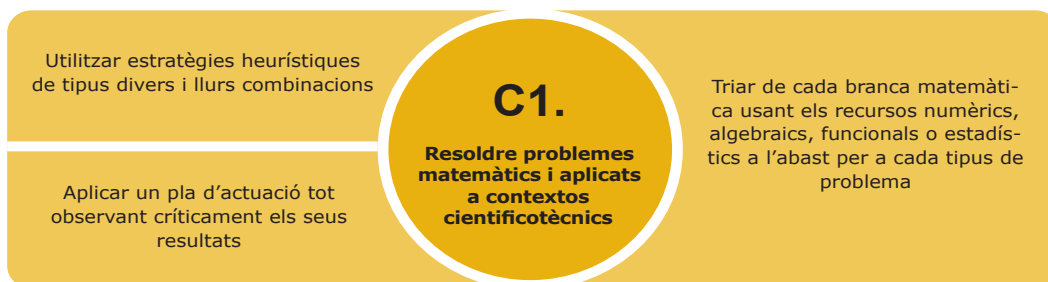
Competències específiques

Els eixos didàctics dels programes de batxillerat de l'Escola Andorrana són: la resolució de problemes, la modelització, el raonament matemàtic i la competència comunicativa relacionada amb les matemàtiques com a llenguatge, que inclou, entre d'altres, les competències de representació i ús del llenguatge formal.

D'aquests quatre eixos sorgeixen les quatre competències del programa, que es poden treballar de forma independent. Tot i que és freqüent que, quan se'n treballi una, de forma inherent es treballin les altres, els programes de matemàtiques de batxillerat posen l'accent en el desenvolupament d'aquestes quatre competències. D'aquesta manera, es promou que quan l'alumne faci matemàtiques al batxillerat les desenvolupi totes quatre sense que una quedi supeditada a l'altra.

L'estudi de les matemàtiques científicotècniques ha de permetre assolir les competències específiques següents:

C1. Resoldre problemes de matemàtiques i aplicats a contextos científicotècnics



Aquesta competència és clau en l'aprenentatge de les matemàtiques i va molt més enllà de la resolució rutinària d'exercicis que simplement donen confiança sobre l'aplicació d'un resultat, algorisme o fórmula. Seguint el model de George Pólya, "resoldre un problema és trobar un camí allà on prèviament no se'n coneixia cap, trobar la manera de sortir d'una dificultat, de vorejar un obstacle i aconseguir la solució desitjada, que no podríem obtenir de manera immediata, utilitzant, per arribar-hi, els mitjans adequats".

Les estratègies heurístiques i les seves combinacions són en si mateixes uns continguts a treballar, ja que, afortunadament, avui hi ha nombrosos mètodes ben documentats per resoldre problemes. Si bé a mesura que es van resolent problemes poden anar apareixent en escena els mètodes heurístics, també pot ser d'interès explicar els més centrals i oferir diversos exemples de la seva potencialitat: assaig i error, resoldre un problema semblant més simple, dividir el problema inicial en parts i fer un esquema/dibuix de la situació, entre altres aspectes¹.

És en la resolució de problemes on és factible descobrir el que cada branca matemàtica pot aportar al plantejament, l'atac i resolució de la qüestió plantejada. En particular, és en l'ús de diversos recursos que es podrà veure millor quins són més simples d'usar, quins donen més de si, etc.

El punt clau en el procés de resoldre els problemes es dona quan es tira endavant el pla d'actuació seguint els anomenats quatre passos de Pólya: comprendre, planificar, executar el pla escollit i supervisar críticament els resultats obtinguts².

Cal dir que aquesta competència és present durant tots els nivells educatius de matemàtiques, però en el batxillerat s'ha d'assolir emprant nous recursos i tècniques pròpies del cicle i aplicant les resolucions a problemes científicotècnics propis del nivell de batxillerat.

¹ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 8, "Autoeficàcia"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingües"; 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

² Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 8, "Autoeficàcia"; 9, "Tolerància envers l'ambigüitat"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingües"; 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

Orientacions didàctiques de la C1

La resolució de problemes com a pal de paller de les activitats d'aprenentatge ha de rebre una atenció docent especial. El guiatge d'aquesta activitat és clau i s'ha d'induir a l'alumne a viure la descoberta de les solucions, evitant anticipar-les i donant marge a la creativitat dels alumnes i al plaer inherent a sentir-se protagonistes d'una descoberta pròpia¹.



Molts dels problemes triats poden ser oberts i admetre solucions diverses que cal justificar en cada cas, però també s'ha demostrat interessant que siguin els mateixos alumnes els qui proposin enunciats, la qual cosa és mostrar la capacitat de formular qüestions matemàtiques². No deixa de ser un enfocament de recerca en què tot comença per saber fer-se preguntes per posteriorment cercar respostes.



El mètode dels quatre passos de Pólya ha demostrat ser un valuós instrument pedagògic per aprendre a resoldre problemes:

1. Comprensió del problema

Tot comença assegurant-se que l'alumne entén bé l'enunciat del problema, les paraules que hi apareixen, les dades que s'hi donen, allò que es vol determinar, etc. En aquesta primera familiarització amb el problema cal plantejar-se qüestions del tipus: entenem bé l'enunciat? Què és el que es busca? Quines són les incògnites? Quines són les dades que es donen? Falten dades? Les dades són contradictòries? Sobren dades o hi ha dades no rellevants? Recordem algun problema semblant ja resolt anteriorment?

2. Planificació

En aquesta fase preparatòria, prèvia a l'abordatge matemàtic del problema, s'imposa una reflexió serena en què l'estudiant s'ha de plantejar qüestions com les següents: coneixem algun problema que s'hi assembli? Podem convertir el problema en un de més senzill? S'hi poden introduir altres elements o dades auxiliars? Què passa si s'aplica el mètode directe d'assaig i error? Es pot formular alguna conjectura? Hi ha algun patró que pugui ajudar? Podem fer diagrames o figures que ens inspirin sobre les solucions plausibles del problema? Hi hauria algun raonament indirecte a aplicar? I si es comença per casos més simples?

3. Execució del pla

Entès el problema i formulat el pla d'acció, cal tirar endavant l'estratègia que s'hagi triat. Aleshores cal posar en solfa els recursos matemàtics que es coneixen: nombres, recursos algebràics o funcionals, mesures, formes i transformacions geomètriques, processos estadístics, anàlisi probabilística, etc.

4. Revisió

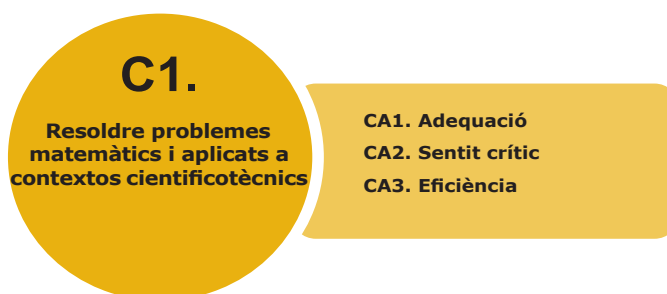
Es tracta de fer una anàlisi del procés que s'ha seguit per a la resolució i analitzar amb detall els resultats que s'han obtingut determinant si escau els més adequats al problema. Algunes qüestions clau per guiar aquest darrer pas són: s'ha obtingut una solució correcta? S'ha obtingut una solució que resol l'enunciat plantejat? Hi hauria una forma més simple d'arribar al resultat? Es podria plantejar un cas més general? Caldria refer el pla seguit?

¹ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 8, "Autoeficàcia"; 9, "Tolerància envers l'ambigüitat"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

² Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 8, "Autoeficàcia"; 9, "Tolerància envers l'ambigüitat"; 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingües"; 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

Pel que fa a la dinàmica de la classe, la resolució de problemes permet tant el treball individual com el treball per parelles o en grups petits, sense oblidar la posada en comú general a la fi del procés³. Cal notar que és un tema ideal per fer plantejaments interdisciplinaris en abordar problemes científicotècnics i que també resulta molt eficaç l'organització de tallers de problemes. Els tallers de problemes poden incloure una fase experimental, manipulativa o de recerca inicial de dades i aleshores es poden fer treballs en equip per resoldre els reptes plantejats (oberts o tancats), i preparar a la fi la comunicació/ presentació (escrita o oral) del que s'ha fet i dels resultats⁴.

Criteris d'avaluació de la C1



Adequació

En la resolució de problemes, l'adequació significa que la selecció d'estratègies heurístiques i l'aplicació dels recursos matemàtics escollits és adient per resoldre aquell problema.

Sentit crític

Igual que en el raonament, el sentit crític és necessari per acompanyar la reflexió metacognitiva per revisar i millorar, si escau, el procés de resolució de problemes, de les heurístiques emprades i dels resultats obtinguts en resoldre problemes.

Eficiència

En la resolució de problemes d'aquest programa, l'eficiència s'entén com optimitzar i utilitzar les estratègies i els recursos òptims per resoldre problemes.

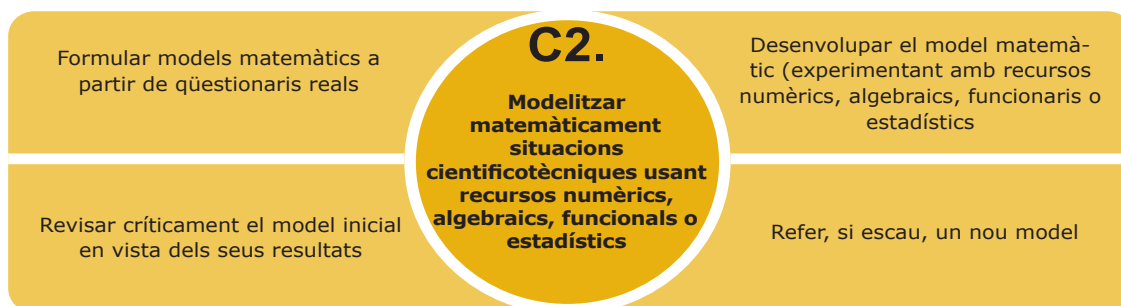
Expectatives de final de cicle de la C1

Al final de batxillerat, l'alumne **resol problemes matemàtics i aplicats quan**, a partir d'un problema, **selecciona les estratègies heurístiques adequades** (dividir el problema en parts, assaig i error, desglossant-lo en parts més petites, fent dibuixos o diagrames, etc.) per identificar les dades donades, les variables i les relacions entre elles i determinar les incògnites. **Aplica els recursos matemàtics pertinents per resoldre el problema, analitzant amb sentit crític la informació donada**, el procés de resolució de problemes, les heurístiques emprades i possibles alternatives i els resultats per revisar iterativament i reconduir el procés de resolució de forma eficient i arribar a una solució reflexionada i justificada. **Fa un ús eficient de les estratègies i els recursos emprats per resoldre problemes.**

³ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 9, "Tolerància envers l'ambigüitat"; 12, "Comunicació"; 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

⁴ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 9, "Tolerància envers l'ambigüitat"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 12, "Habilitats d'escolta i d'observació"; 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingües"; 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

C2. Modelitzar matemàticament situacions científicotècniques usant recursos numèrics, algebraics, funcionals o estadístics



Aquesta competència ha de permetre descobrir l'estret lligam que hi pot haver entre les eines i els recursos matemàtics i la possibilitat d'abordar qüestions complexes de la realitat, és a dir, saber relacionar i aplicar la matemàtica a qüestions científicotècniques motivades per problemàtiques reals. Per això el treball d'aquesta competència convida a una col·laboració estreta entre les disciplines de l'àmbit científicotècnic.

El desenvolupament d'aquesta competència s'inicia abordant qüestions reals, observant les dades que es tenen sobre el fet a analitzar o les dades que valdria la pena cercar per tal de completar el punt de partida, i es procedeix aleshores a establir un petit model matemàtic que pugui descriure la situació donada. En el model poden aparèixer variables diverses, les seves possibles relacions i, en particular, les seves dependències, fet que porta sovint a establir equacions, fórmules o desigualtats¹. Aquesta és la fase de modelització o matematització de la realitat.

A continuació la tasca s'ha de centrar en el treball matemàtic dintre del model formulat posant en solfa els recursos numèrics, algebraics, funcionals o estadístics a l'abast, la qual cosa mena a calcular, resoldre equacions o inequacions, fer gràfiques o emprar les eines computacionals o de representació que s'han après². En aquesta fase s'ha d'arribar a solucions o conclusions quantitatives del model proposat.

En la tercera fase cal abordar la interpretació dels resultats en relació amb el problema inicial que es vol resoldre, fet que porta a eliminar resultats que no tinguin sentit en el context de treball, apreciar si hi ha diverses solucions possibles i comparar la seva idoneïtat³. Molt important per assolir aquesta competència és revisar críticament allò que s'ha obtingut i validar la seva suficiència o, altrament, adonar-se que les conclusions són poc rellevants o insuficients i que cal un replantejament del model inicial per introduir noves condicions o paràmetres o dades addicionals, entre d'altres, i refer el camí per a un nou model revisat i l'explotació pertinent.

¹ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 12, "Habilitats d'escolta i d'observació".

² Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 12, "Habilitats d'escolta i d'observació"; 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingües".

³ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 4, "Obertura a la diversitat cultural i a altres creences, visions del món i pràctiques"; 8, "Autoeficàcia"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 12, "Habilitats d'escolta i d'observació"; 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingües"; 20, "Coneixement i comprensió crítica del món".

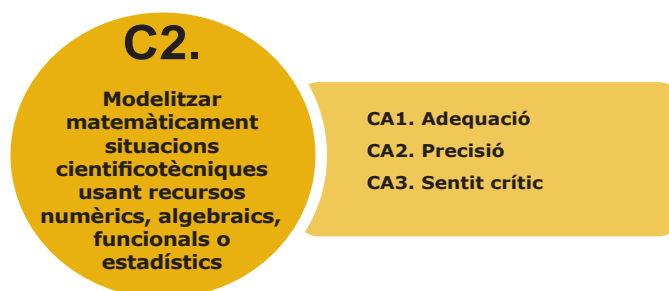
Orientacions didàctiques de la C2

El procés de matematització de la realitat és d'interès en totes les ciències i tècniques i ha de permetre interaccions interessants entre elles. Però també cal abordar aspectes de la realitat més propera, de la vida quotidiana que els alumnes viuen, i d'aquesta manera fer valorar el que les matemàtiques aporten a la societat actual: en economia, planificació urbana, consum, informacions, previsions, etc⁴.

En aquest sentit aquesta competència ha de permetre un estret lligam amb qüestions especialment vinculades a la realitat física i social d'Andorra fent especial èmfasi en temes d'actualitat⁵. Les visions de temes històrics de matemàtiques són sempre un recurs interessant, però encara ho pot ser més lligar les matemàtiques amb temes de rabiosa actualitat, sobretot quan Internet i les xarxes socials aporten novetats de tota mena que poden aprofitar-se a classe.

Cal no oblidar que en els processos de matematització s'hi han d'incloure també processos d'experimentació, els quals van des de fer usos tecnològics (representació de dades, figures dinàmiques, etc.) fins a crear models físics amb recursos didàctics (materials de construcció, maquetes, maquinari, etc.)⁶.

Criteris d'avaluació de la C2



Adequació

En aquest programa, la qualitat d'adequació en modelitzar significa que es formulen models matemàtics aplicant recursos que corresponen al model i que el model és adient per treballar la situació plantejada.

Precisió

La precisió en modelitzar significa que s'apliquen les tècniques adequades i es relacionen els conceptes seguint la metodologia pròpia de les matemàtiques.

Sentit crític

La qualitat de sentit crític en modelitzar significa que la modelització s'acompanya d'una reflexió per reafirmar l'ajust de l'enfocament donat o plantejar-se la necessitat de revisar la modelització triada i del camí seguit en el seu estudi. És a dir, s'ha d'anar més enllà dels resultats matemàtics. En el cas que la modelització no doni resposta al context, s'ha de reformular de manera parcial o en la seva globalitat, o bé s'ha de replantejar l'anàlisi des d'una altra.

⁴ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació"; 20, "Coneixement i comprensió crítica del món".

⁵ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 12, "Habilitats d'escolta i d'observació"; 20, "Coneixement i comprensió crítica del món".

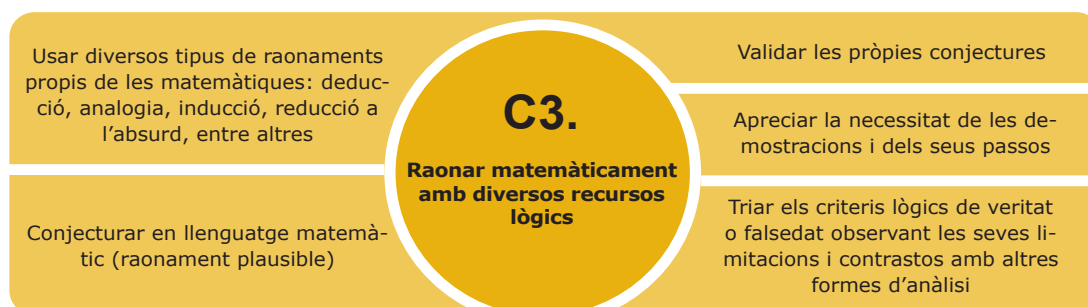
⁶ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 4, "Obertura a la diversitat cultural i a altres creences, visions del món i pràctiques"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingües".



Expectatives de final de cicle de la C2

Al final de batxillerat, l'alumne modelitza matemàticament situacions científicotècniques quan formula adequadament la modelització de situacions de la vida quotidiana a partir de la selecció de dades rellevants, identifica les dades que necessita per crear el model i les cerca. **Estableix les relacions que hi ha entre les dades i aplica adequadament els recursos numèrics, algebraics, funcionals o estadístics** necessaris per transformar la informació de les dades i les seves relacions en un model matemàtic. **Revisa amb sentit crític el model i els resultats obtinguts**, els contrasta amb la situació real de partida, i valora el seu valor pràctic i la conveniència i la significació del model i dels resultats.

C3. Raonar matemàticament amb diversos recursos lògics



El desenvolupament d'aquesta competència constitueix el cor de l'aprenentatge matemàtic. El rigor propi del raonament matemàtic forma part de l'ADN de la matèria.

Quan es parla de raonament, es fa referència al popular raonament deductiu que parteix d'unes nocions primitives i d'uns postulats determinats i, aplicant els principis de la lògica matemàtica, es van provant les conseqüències lògiques pertinents (teoremes). Però, a més, el raonament matemàtic també fa al·lusió a altres formes de raonament útils en matemàtiques: establir analogies, induir a partir d'uns primers casos, estendre propietats del pla a l'espai, reduir a l'absurd suposant què passaria en cas que el que s'afirma no fos cert.

En aquesta competència també és rellevant desenvolupar el raonament plausible, és a dir, **fer conjectures raonables sobre fets i saber verificar-ne la validesa o reformular les previsions inicials. Aquest tipus de raonament facilita una interpretació correcta de l'error i educa el pensament crític dels alumnes¹.**

Una característica de les matemàtiques és la necessitat de fer demostracions i, en el nivell de batxillerat, escau apreciar la necessitat de justificar les coses que es diuen, és a dir, sustentar amb raonaments, i no amb fets empírics, la validesa de les propietats o els processos². La validesa universal i eterna dels teoremes matemàtics contrasta amb el caràcter revisionista i evolutiu de les altres ciències.

També en aquesta competència caldrà aclarir el que són els criteris lògics sobre la veritat o la falsedat, fent veure el que són les proposicions que són susceptibles de ser certes o falses i el que són altres fets o frases del llenguatge natural que no admeten criteris de veritat. Aquesta dimensió també és d'interès en àmbits del llenguatge i la filosofia.

Orientacions didàctiques de la C3

Afavorir que l'alumne desenvolupi la competència en raonament és el resultat d'un llarg procés de culturització matemàtica. Al llarg dels estudis es van eixamplant les formes de raonament pròpies de la matèria. Durant la primera i la segona ensenyança, el rigor en l'argumentació va augmentant gradualment i, a batxillerat, culmina amb formulacions de raonaments matemàtics més formals que, a més, l'alumne aprecia com a necessaris.

El famós lema didàctic "Let us teach guessing" (ensenyem conjecturant) és tota una declaració

¹ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 4, "Obertura a la diversitat cultural i a altres creences, visions del món i pràctiques"; 5, "Respecte"; 9, "Tolerància envers l'ambigüitat"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític".

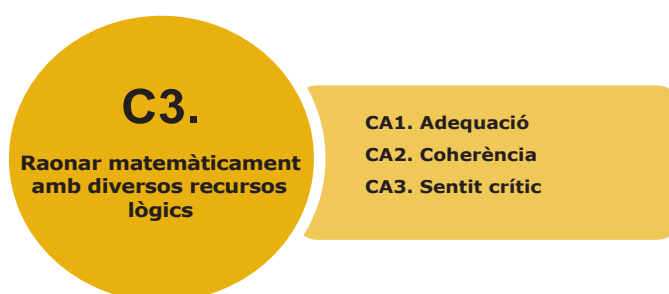
² Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 4, "Obertura a la diversitat cultural i a altres creences, visions del món i pràctiques"; 5, "Respecte"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingües".

d'intencions sobre com es pot anar descobrint les matemàtiques. Fem demostracions a classe per comprendre millor els conceptes i fets matemàtics que es treballen, i no es fa pas per un homenatge històric als pioners de la matèria. Aquest principi ha d'orientar el professorat quan determina què cal demostrar i què no cal: tan sols cal demostrar una cosa quan de la mateixa demostració s'obté una comprensió més gran, un benefici cognitiu evident.

Didàcticament, les anomenades “demostracions sense paraules” poden ser d'especial interès: es tracta de fer imatges poderoses que sustentin els raonaments. De la fel·liç incidència entre visualització i raonament se'n deriva, com a valor afegit, el fet d'un nou recurs per entendre millor les matemàtiques ajudant-se amb dibuixos o models manipulatius.

La importància del treball de comprovació i refutació sobre conjectures dirigides o plantejades pel docent, en les que el professor planteja interrogants en el que busca que l'alumne es qüestioni: què succeeix, per què succeeix i com es relaciona amb altres fets o qüestions; i amb l'objectiu que l'alumne pugui trobar justificació amb arguments tan orals, gràfics com escrits; fent ús tan del treball en equip (resolució grupal) com de l'individual³. Per aquest motiu és fonamental que el professor plantegi les preguntes adequades tenint en compte que han de ser preguntes obertes i que necessitin ser respostes; que es puguin respondre amb argumentació i no només amb un sí o un no; que ajudin a relacionar el que estudien amb una experiència personal; que convidin a construir coneixement a partir de les aportacions dels alumnes i que ajudin a relacionar amb el que s'ha consolidat, donant temps per formular i comprovar conjectures utilitzant arguments matemàtics.

Criteris d'avaluació de la C3



Adequació

Raonar adequadament s'entén en aquest programa com la qualitat d'utilitzar un raonament que s'adigui amb les característiques del context o del problema plantejat.

Coherència

La coherència del raonament es refereix a la connexió que hi ha d'haver entre el conjunt de raonaments matemàtics que es fan servir des que es formulen hipòtesis o conjectures i els arguments matemàtics per establir els possibles resultats fins que se'n valora la bondat o l'encert.

³ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 4, "Obertura a la diversitat cultural i a altres creences, visions del món i pràctiques"; 5, "Respecte"; 9, "Tolerància envers l'ambigüitat"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingües"; 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

Sentit crític

El sentit crític és necessari per fer una reflexió metacognitiva sobre la validesa dels tipus de raonaments emprats i utilitzar o modificar els que millor convinguin per explicar, argumentar o reconsiderar la situació matemàtica a treballar.

Expectatives de final de cicle de la C3

Al final de batxillerat, l'alumne **raona matemàticament amb recursos lògics quan**, en funció de la situació plantejada, **selecciona, desenvolupa i usa els raonaments matemàtics** (per exemple: deduccions, analogies, inducció, reducció a l'absurd, interpolació, extrapolació) i els criteris lògics per determinar-ne la veritat o la falsedat (per exemple: proposicions, disjuncions, negacions, implicacions, etc.), observant les limitacions i els contrastos amb les altres formes d'anàlisi. D'aquesta manera, **formula raonaments coherents en funció de la naturalesa de les situacions** (tant de tipus exacte com aproximades, estadístiques o probabilístiques, és a dir, dependències entre esdeveniments o variables) i **utilitza el sentit comú i el numèric per formular conjectures plausibles** (prediccions creïbles en vista de les dades i de la informació disponible), analitzant-ne amb sentit crític la validesa i refent, si escau, les conjectures inicials. **Dedueix correctament seguint els passos ordenats de les demostracions, passant dels casos particulars als generals.**

C4. Comunicar amb llenguatge matemàtic i eines tecnològiques els processos i resultats d'una situació matemàtica

Usar les eines tecnològiques per explorar, simular i representar situacions matemàticament amb fulls de càlcul, programes de càlcul simbòlic, de representació gràfica i de geometria dinàmica

C4.

Comunicar amb llenguatge matemàtic i eines tecnològiques els processos i els resultats d'una situació matemàtica

Explicar amb llenguatge matemàtic els passos seguits

Aquesta és una competència que mereix una atenció especial, ja que és extraordinàriament informativa del grau de maduresa matemàtica assolida per l'alumne. En el món de les matemàtiques es dona una barreja no trivial de llenguatges expressius (paraules, símbols, diagrames, figures, etc.) i cal que els alumnes acabin emprant amb agilitat els llenguatges matemàtics¹. Al "saber", al "saber fer" i al "saber aplicar" hi cal afegir el "saber comunicar", que vol dir saber expressar amb el propi llenguatge (oral, escrit o amb representacions) què es fa i per què es fa.

Una primera dimensió competencial serà l'ús dels recursos de programari per calcular, organitzar dades, fer representacions gràfiques, experimentar amb figures alternatives dinàmiques, etc. Més enllà de la presentació de resultats cal treballar l'elecció dels mitjans a usar i el seu abast².

En el cas de la resolució de problemes i també en els processos de modelització resulta molt rellevant mostrar la capacitat per explicar els passos seguits, els resultats que se'n deriven i el perquè s'han pres unes determinades opcions i no d'altres.

Cal també mostrar competència comunicativa interdisciplinària, és a dir, saber comunicar combinant els recursos expressius de la matemàtica amb els que són propis de les altres ciències. Aquesta versatilitat comunicativa es veurà afavorida en desenvolupar projectes, o resoldre problemes, aplicats.

Orientacions didàctiques de la C4

Ajudar a desenvolupar la competència comunicativa ha de formar part de l'estratègia docent d'afavorir els actes de comunicació a classe, tant individuals com en grup. La competència comunicativa ofereix un interessant punt de trobada entre matemàtiques, ciències i llengua; no s'ha d'oblidar que el llenguatge matemàtic és el llenguatge universal que permet una comunicació molt precisa arreu del món i traspasa qualsevol àrea de coneixement³.

És important treballar la comunicació verbal cada vegada que hi hagi oportunitats. L'alumne ha de saber verbalitzar, entendre i fer preguntes tant de processos com de raonaments, usant amb

¹ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingües"; 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

² Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingües"; 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

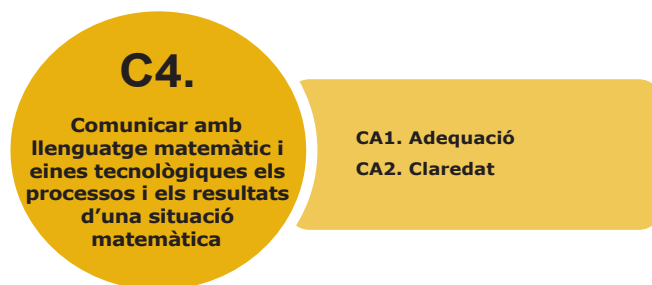
³ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingües"; 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

precisió els llenguatges matemàtics i exposant amb rigor⁴.

El mateix cal aconseguir-ho en la comunicació escrita en presentar problemes resolts o treballs o projectes desenvolupats. En aquest cas és bo que en la definició dels treballs o projectes l'alumne conegui de bell antuvi com s'espera la presentació i què es valorarà; es pot lliurar per escrit com a pautes de presentació a seguir. Novament l'alumne ha de comprendre què se li demana en qualsevol llenguatge matemàtic que ja hagi treballat.

Avui dia, i gràcies a la senzilla comunicació internacional, és factible establir actes comunicatius entre classes de llocs molt allunyats (videoconferències), fet que ha donat peu a interessants intercanvis d'activitats en línia entre classes.

Criteris d'avaluació de la C4



Adequació

L'adequació significa que s'escullen els llenguatges matemàtics més apropiats per comunicar els raonaments emprats, els treballs matemàtics i els resultats obtinguts, integrant suports necessaris (dibuixos, representacions, etc.) que facilitin la transmissió del procés.

Claredat

L'ús de les representacions, els llenguatges i els codis matemàtics es fa de forma endreçada i neta per afavorir que sigui fàcil entendre els processos i, si escau, els resultats obtinguts.

Expectatives de final de cicle de la C4

Al final de batxillerat, l'alumne **comunica amb llenguatge matemàtic quan**, donada una situació amb enunciats orals, escrits o observats, **llegeix matemàticament la situació seleccionant adequadament els llenguatges i codis matemàtics més adequats per comunicar el procés seguit i els resultats**. Expressa de forma clara, amb recursos i llenguatges matemàtics, els raonaments, els processos seguits i/o els resultats obtinguts amb correcció matemàtica, tenint cura del llenguatge matemàtic oral i escrit o gràfic.

⁴ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica del Consell d'Europa: 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 19, "Co-neixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

Recursos d'aprenentatge

Els recursos d'aprenentatge s'estructuren en aquest programa en quatre blocs, que s'han de tractar motivats i aplicats a contextos reals. La selecció dels recursos a l'aula ha de respondre a la lògica del context a treballar i s'han de triar els recursos de blocs diferents segons com convingui. Les situacions d'ensenyament i aprenentatge s'han d'escollir considerant l'interès formatiu que cerqui el docent, temes que siguin suggeridors per als alumnes i, en la mesura del possible, temes que siguin d'actualitat. S'ha d'assegurar, això sí, que els alumnes mobilitzin recursos de tots els blocs durant el batxillerat.

Els quatre blocs de recursos són: 1) nombres, 2) geometria i àlgebra lineal, 3) càlcul i 4) estadística i probabilitat. Al primer bloc, hi ha els recursos que permeten desenvolupar el sentit numèric per triar la precisió o decidir els errors tolerables en càlculs numèrics. Amb els recursos d'aprenentatge de geometria i d'àlgebra lineal, l'alumnat explora el pla i l'espai tridimensional, les formes/figures i les seves transformacions per conèixer l'espai. El bloc 3 ha de servir per analitzar el canvi amb funcions i càlcul. Amb els recursos d'estadística i probabilitat del bloc 4 es treballen les dades i el tractament de la informació.

Bloc 1. Nombres

El bloc de nombres facilita els recursos per comptar, mesurar i representar situacions quantitatives i calcular-les. Durant el batxillerat s'ofereix una revisió global per ampliar el que els alumnes ja saben i, sobretot, per apreciar les potencialitats de cada tipus de nombre. Aquest bloc porta a combinar estimacions de resultats, conjectures de solucions possibles, aproximacions que cal fer i, si és possible, els càlculs exactes pertinents utilitzant tecnologies per computar o representar.

En aquest bloc trobem els nombres de singular rellevància: π , el nombre d'or, les arrels quadrades, etc., que no només són d'interès per a les matemàtiques, sinó també per a les seves aplicacions en ciències i en art.

Les successions i els límits, les progressions aritmètiques i geomètriques i els decimals també mereixen especial atenció. És important que l'alumnat desenvolupi un fi sentit numèric per triar la precisió que vol o que cada cas requereix.

Bloc 1. Nombres

Nombres
FETS I CONCEPTES
Tipus de nombres i les seves representacions
Contextos històrics en la creació dels nombres. Exemples de codis numèrics actuals.
Nombres naturals, enters, racionals, reals, decimals i irracionals.
Teorema de la irracionalitat d'arrels quadrades de naturals.
El número II.
Representacions numèriques i gràfiques de nombres.
Operacions amb nombres reals.
Polinomis
Nombres com arrels: polinomis amb una indeterminada. Grau i arrels d'un polinomi.
Operacions amb polinomis. Factorització d'un polinomi.
Els polinomis de segon grau: càlcul de les arrels, relacions de les sumes i productes de les arrels. Nombre d'or.
Successions de nombres
Les successions convergents i els límits infinits.
Operacions i límits.
Successions creixents i successions decreixents.
El teorema de les successions monòtones afitades.
Les progressions aritmètiques i geomètriques.
Aproximacions de nombres amb decimals.
PROCEDIMENTS
Realització de càlculs numèrics
Càlculs amb decimals. Desenvolupar el sentit numèric.
Distinció entre estimació, aproximació i càlcul exacte.
Comparació de tots els tipus d'errors numèrics. Afitar errors numèrics.
Càlcul dels termes d'una successió algebraicament, amb l'ajuda d'un full de càlcul o amb la calculadora.
Càlcul de la suma de n termes consecutius en progressions aritmètiques i geomètriques.
Suma dels infinits termes d'una progressió geomètrica decreixent.

Aproximació de nombre (àrea, volum, arrel quadrada...).

Ús de representacions numèriques

Representació dels nombres en una calculadora/ordinador.

Representació gràfica de les solucions numèriques.

Ús dels nombres adequats en diversos contextos.

Modelització de creixement i decreixement amb successions numèriques.

Codificació i descodificació de codis simples.

Aplicació de càlculs numèrics en temes de física, química, biologia i enginyeria.

Apreciació dels problemes numèrics derivats de les pràctiques de laboratori i els seus instruments.

ACTITUDS I VALORS

Apreciació de les potencialitats i les limitacions de cada tipus de nombre.

Valoració de la precisió numèrica en funció del problema plantejat.

Valoració del contrast entre resultats numèrics exactes i aproximats.

Apreciació del valor dels nombres en la nostra societat actual.

Ús responsable dels resultats quantitatius.

Orientacions didàctiques del bloc 1

La història de les matemàtiques proporciona pretexts interessants per mobilitzar els recursos d'aquest bloc de forma contextualitzada. La creació de cada tipus de nombre (naturals, enters, racionals, reals i irracionals) va sorgir de necessitats i problemes científicotècnics concrets que poden ser un bon marc de contextualització per explorar-los i entendre les potencialitats de tots els tipus de nombres.

Les situacions de la vida quotidiana també ofereixen contextos interessants per mobilitzar els recursos. Es requereix tenir un fi sentit numèric en termes de precisió: quants decimals tenen sentit per expressar els graus de la temperatura corporal?, quants decimals convenen per expressar la temperatura del forn incinerador de la planta de tractament de residus?

Aquest sentit numèric és també necessari per decidir els errors absoluts o relatius tolerables en resultats de laboratori, en els possibles errors derivats de l'instrumental usat o en els errors en càlculs numèrics en contextos de física, química, biologia i enginyeria.

Altres materials o situacions rics matemàticament parlant són els formats de paper (sistema DIN A), les mesures de longitud, superfície, volum, pes, temperatura i temps, les escales en mapes, i les proporcions en arquitectura i en disseny (nombre d'or), entre d'altres. La codificació amb nombres també convida a explorar qüestions numèriques interessants: els codis comercials de 13 dígit, el codi Braille, el codi Morse, els codis bancaris, els codis de barres d'identificació, etc.

Bloc 2. Geometria i àlgebra lineal

Aquest bloc té com a objectiu bàsic el coneixement matemàtic del pla i de l'espai. El recurs clau són els sistemes d'equacions lineals i el seu correcte desenvolupament és imprescindible per raonar, resoldre problemes i modelitzar. La resolució de problemes i en especial els processos de modelització porten necessàriament a la "linealització". Per tant, interpretar geomètricament i resoldre les equacions lineals amb els estris computacionals més adequats és clau en els processos necessaris per desenvolupar aquestes competències matemàtiques. L'actualització i l'ús dels estris computacionals fa que el cas dels determinants o les regles de Sarrus tinguin avui un valor més relatiu del que tingueren fa uns anys.

Al final de la taula, apareixen recursos relacionats amb figures planes i espacials, així com transformacions geomètriques que, tot i que no acostumen a gaudir de desenvolupament formal, és convenient conèixer que existeixen per adquirir una cultura espacial.

Bloc 2. Geometria i àlgebra lineal

Geometria i àlgebra lineal
FETS I CONCEPTES
Contextos històrics en la creació de les geometries. Els tipus de geometries i la seva aplicabilitat avui.
Trigonometria
Els angles i les seves mesures (graus i radians). Raons trigonomètriques (sinus, cosinus, tangent). Teorema del sinus i del cosinus i les seves demostracions visuals. Relacions fonamentals entre raons trigonomètriques. Fórmules trigonomètriques de suma i diferència d'angles. Cas dels angles dobles i meitat. Resolució de triangles.
Geometria vectorial al pla i l'espai
Els vectors del pla i de l'espai. Magnituds i direccions. Càlcul vectorial (addició, diferència, producte per un nombre i combinacions lineals de vectors). Els vectors lliures com a translacions. Les bases del pla i de l'espai. Components d'un vector sobre una base donada. Dependència i independència lineal de vectors: determinació de conjunts dependents i independents de vectors. Producte escalar de dos vectors del pla o de l'espai. Ortogonalitat. Les referències ortonormals en el pla i en l'espai. Projeccions. Normes, angles i distàncies entre vectors, punts, rectes, plans. Aplicacions geomètriques i en física. El producte vectorial de dos vectors en l'espai i el producte mixt de tres vectors: interpretació i propietats. Aplicacions geomètriques i en física. Les equacions alternatives d'una recta en un pla o en l'espai i dels plans a l'espai. Posicions relatives entre elements geomètrics (punts, rectes, plans). Càlculs de les interseccions; determinació de l'alineació de punts; paral·lelisme i perpendicularitat. Distàncies. Models vectorials en física i enginyeria.
Matrius i càlcul matricial
Definició de matriu i classificació. Matriu quadrada, rectangular, triangular i diagonal. Operacions: suma i resta de matrius, producte d'una matriu per un real i producte de matrius. La matriu transposada i la matriu inversa.
Determinants
Els determinants d'ordre 2 i d'ordre 3. Regla de Sarrus. Els determinants d'ordre superior: les propietats dels determinats. Desenvolupament respecte a una fila o una columna. Aplicació dels determinants al càlcul del rang i de la inversa d'una matriu i al càlcul d'àrees i volums.

Els sistemes d'equacions lineals

Sistemes d'equacions lineals. Interpretació geomètrica. La classificació de sistemes: els sistemes compatibles determinats o indeterminats i incompatibles. Forma matricial d'un sistema d'equacions.

Resolució de sistemes lineals d'equacions amb dos o tres incògnites, amb paràmetres i sense, a partir del mètode de Gauss o per combinacions lineals o per substitució.

Teorema de Rouché-Frobenius: aplicació a l'estudi de l'existència i la unicitat de les solucions d'un sistema.

Resolució de sistemes lineals d'equacions amb dos o tres incògnites, amb paràmetre i sense, a partir del mètode de Cramer.

Sistemes lineals i modelització. Aplicació a la resolució de problemes geomètrics, d'anàlisi i d'altres disciplines.

Figures i transformacions geomètriques

Còniques (el·lipse, paràbola, hipèrbola) com a llocs geomètrics i com a seccions planes de cons i cilindres. (*)

Poliedres bàsics a l'espai. Teorema d'Euler. (*)

Propietats dels cossos rodons (esfera, con, cilindre). (*)

Transformacions geomètriques (translació, gir, simetria, semblança, projeccions). (*)

(*) Breus descripcions verbals, visuals i de fórmules de còniques, poliedres bàsics, cossos rodons i transformacions fent veure alguna propietat característica i el seu interès actual en aplicacions.

PROCEDIMENTS

Aplicació de recursos trigonomètrics per resoldre problemes en topografia, arquitectura i enginyeria civil.

Aplicació de recursos de la geometria vectorial per resoldre problemes.

Aplicació de recursos d'àlgebra lineal per resoldre problemes.

Reconeixement de les figures geomètriques bàsiques del pla i de l'espai i saber-ne fer un bon ús en la resolució de problemes.

Raonament geomètric en termes sintètics (Euclides).

Raonament de la conveniència d'emprar els recursos geomètrics (afins, analítics, vectorials, sintètics).

Raonament de les extrapolacions de les propietats del pla a les de l'espai.

Raonament basat en transformacions geomètriques (traslladar, girar, simetritzar, fer semblances, projectar).

Anàlisi de figures fent disseccions, seccions, projeccions...

Construccions geomètriques amb regla i compàs o amb recursos TIC geomètrics, justificant els passos fets.

Modelització geomètrica amb formes i transformacions.

Formulació de models vectorials en física i enginyeria.

Aplicació de còniques a models en astronomia, física, art, disseny i arquitectura.

Determinació de llocs geomètrics.

Aplicació de la geometria espacial a modelització en física, química, art, disseny, arquitectura, cartografia, ciències de la terra.

ACTITUDS I VALORS

Gaudi de les bones figures geomètriques com a base per fer-hi raonaments i apreciar la seva bellesa.

Apreciació dels molts recursos geomètrics i algebraics per resoldre problemes.

Apreciació de les aportacions substancials de les geometries al desenvolupament científic i tècnic.

Orientacions didàctiques del bloc 2

Donada la riquesa de la història de la geometria, la visió panoràmica del que ha estat aquesta disciplina i els problemes que van motivar-ne el desenvolupament, així com l'evolució dels recursos de càlcul o representació que s'han anat necessitant per facilitar l'exploració del pla i de l'espai, són novament contextos de gran interès didàctic per captar l'atenció de l'alumnat per treballar la geometria.

En el bloc coexisteixen temes clàssics, però encara útils, com és el cas de la trigonometria. La trigonometria clàssica és aplicable en contextos de topografia, ciències de la terra, arquitectura i enginyeria civil, disseny de mecanismes, càlculs sobre el terreny, etc.

Un altre tema clàssic són els vectors i les matrius que poden servir tant per descriure figures i transformacions mitjançant coordenades com per guardar informació numèrica ordenadament. Avui en dia, els vectors i les matrius s'utilitzen en dimensions superiors per organitzar informació (missatges, claus, imatges, etc.) i formular conceptes bàsics de física o enginyeria, com forces, equilibri, estabilitat, etc.

Altres aplicacions geomètriques actuals, com la robòtica amb les seves aplicacions industrials, la visió per ordinador, els mecanismes dissenyats per accomplir funcions diverses, l'empaquetament, recobriments, la modelització de sòlids (fotocòpies 3D), la cartografia i el sistema GPS, són un valuós instrument didàctic per escollir problemes contextualitzats.

Les còniques, els cossos rodons i els poliedres bàsics són objectes genuïnament geomètrics que mereixen ser esmentats apreciand-ne les característiques bàsiques i el seu ús actual en dissenys, estructures, empaquetaments, etc. Així mateix, les transformacions geomètriques són la base de temes creatius molt actuals d'especial interès didàctic per treballar geometria dinàmica amb programes informàtics: teoria de la simetria, mosaics, robòtica, projeccions en mapes i GPS, entre d'altres.

Bloc 3. Càlcul

Els recursos d'aprenentatge de càlcul pivoten sobre les funcions. Dit sintèticament, s'interpreten les funcions com a dependències entre variables, es raona l'adequació de diversos models de funcions i es construeixen funcions a partir de determinats requeriments o recollides de dades.

Necessiten especial atenció els conceptes de domini funcional i rang, les categories de funcions contínues i les derivables per descobrir com el creixement/decreixement, la convexitat/concavitat, els màxims/mínims i els punts d'inflexió tenen, més enllà de l'examen visual intuïtiu, formes de ser calculades a partir de derivades.

La noció de derivada com a pendent de la tangent obre també les portes a la idea clau d'aproximació lineal en intervals i, per tant, al càlcul aproximat de molts valors funcionals. Aquest tema és important en la resolució de molts problemes i en fer models funcionals simples de fenòmens. El cas de les integrals tan sols mereix una aproximació breu, ja sigui com a procés invers de la derivació (integrals indefinides) o com a estri per al càlcul d'àrees i volums (integrals definides).

Les classes de funcions que cal treballar en aquest nivell són polinòmiques, trigonomètriques i exponencials/logarítmiques.

Bloc 3. Càlcul

Càlcul
FETS I CONCEPTES
Estudi de les funcions
Concepte de funció. Funcions reals d'una variable real. Estudi bàsic de funcions: domini i recorregut, signes, punts de tall, simetries.
Representacions de funcions (taules de valors, fórmules, gràfiques...).
Tractament de problemes relatius a les funcions amb la calculadora gràfica.
Estudi de les funcions polinòmiques, racionals, irracionals i trigonomètriques.
Límits i funcions. Límits d'una funció en un punt i en l'infinit. Límit finit o infinit. Les formes indeterminades. Límits i operacions funcionals, aplicació a l'estudi local d'una funció i determinació d'asíptotes verticals, horitzontals i obliqües.
Les funcions contínues. Tipus de discontinuïtats. La continuïtat en un interval. Continuïtat lateral. Teorema de Bolzano, teorema dels valors intermediaris.
Models funcionals en problemes d'optimització de magnituds i en física.

Les funcions derivades

Concepte de derivada. Secants i tangents. Les normes de derivació. La derivada d'una funció composta. Relació entre signe de la derivada i variacions de la funció. Els extrems. La derivabilitat lateral. Aplicació a l'estudi de funcions. Creixement i decreixement. Màxims i mínims relatius. Les derivades successives. La convexitat, la concavitat i els punts d'inflexió. El teorema de Rolle i el teorema del valor mitjà: interpretació geomètrica. Derivació i taxes de variació. Aplicacions en cinemàtica, moviments ondulatoris, cinètica química, lleis de gasos ideals.

Funcions logarítmiques i exponencials

La funció logarítmica neperiana i la funció exponencial de base e. Propietats i gràfiques. El creixement comparat de les funcions exponencials, les potències enteres i els logaritmes. Models en creixement de poblacions, pH químic, escala de Richter, física nuclear, electrotècnica, ciències forenses.

Integral d'una funció contínua sobre un interval

Les primitives d'una funció contínua sobre un interval i aplicació al càlcul d'integrals. Teorema fonamental del càlcul. Regla de Barrow. Propietats bàsiques de les integrals. Les primitives de les funcions elementals i les fórmules de càlcul de primitives. Integració per parts. Integració per canvi de variable. Càlcul d'integrals definides i aplicació al càlcul d'àrees i al càlcul de volums

PROCEDIMENTS

Interpretació de les funcions com a dependències entre variables. Extrapolació i interpolació de valors de funcions. Apreciació dels lligams entre derivació i integració. Raonament de l'adequació de diversos models funcionals. Construcció de funcions satisfent certs requeriments. Càlcul de derivades. Estudi de les funcions mitjançant la seva derivació. Aproximació a funcions per rectes localment. Càlcul d'integrals i de mesures associades. Aplicació dels recursos funcionals en la resolució de problemes. Ús de les TIC per resoldre problemes amb recursos funcionals. Ús de les representacions funcionals adequades a cada cas i en diversos contextos. Treball amb models basats en les funcions logarítmiques i exponencials en economia, física, química, demografia i ciències forenses. Formulació de models funcionals de situacions reals. Casos d'optimització. Aplicació de les derivades a l'estudi de taxes de variació i de problemes de física, química i biologia.

ACTITUDS I VALORS

Gaudi de les representacions gràfiques funcionals clares. Apreciació del valor de les funcions en aplicacions pràctiques. Apreciació dels molts recursos funcionals per resoldre problemes. Apreciació de les interpretacions correctes de les funcions presents en la vida quotidiana.

Orientacions didàctiques del bloc 3

Tots els continguts del bloc 3 admeten estar motivats per problemes reals i, en particular, problemes científicotècnics. En aquests problemes, la representació i el càlcul funcional són elements clau, i els càlculs d'optimització, essencials. Cal difondre la idea que la majoria de funcions són empíriques i no el resultat de fórmules simples. A partir de les funcions, s'efectuen càlculs que tenen sentit. Cal evitar l'antic enfocament que el bloc funcional pivotava sobre unes llistes memorístiques de derivades i integrals.

Les funcions d'aquest bloc permeten treballar interessants problemes d'optimització de magnituds i taxes de variació i les seves aplicacions en física. L'aplicació de les derivades per estudiar els canvis de funcions també obre un marc molt ampli d'aplicacions en enginyeria, biologia, física, química i ciències de la terra, entre altres disciplines.

L'ús de suports tecnològics permet resoldre problemes amb recursos funcionals, tant computacionals com gràfics. Aprofitar els recursos gràfics i computacionals, presents tant en calculadores com en programari i a Internet, possibilita comparar funcions o determinar-les. No fer-ho només permetria comparar i determinar funcions amb paper mil·limetrat i amb un nombre reduït de dades. Fa pocs anys, sense aquests recursos tecnològics, aquesta aproximació era impossible.

Bloc 4. Estadística i probabilitat

Cal notar que, en els desenvolupaments tradicionals de la matemàtica, els elements de la teoria de la probabilitat, normalment enfocats segons el model axiomàtic de Kolmogorov, eren un prerrequisit per fer després algun desenvolupament estadístic. Però la tendència educativa actual convida a l'inici de l'estadística com a ciència de les dades i a trobar les probabilitats precisament com a límit de les freqüències estadístiques dels esdeveniments. Aquesta és l'opció d'aquest bloc, en què es recomana destinar més temps a l'apartat estadístic que a les probabilitats.

Bloc 4. Estadística i probabilitat

Estadística i probabilitat
FETS I CONCEPTES
Estadística
L'estadística com a ciència de les dades. Objectius, mètodes i aplicacions. L'ofici estadístic. Mostreig. Mostreig aleatori. Experiments. Simulacions. Evidències estadístiques. Principis pràctics. Descripció de les dades. Taules. Gràfiques de distribucions. Sectors, histogrames. Les mesures centrals de dades: la mitjana, la mediana, la moda. Les mesures de dispersió de dades: l'extensió, la variància i la desviació típica. Definició de la distribució de les freqüències d'una sèrie i de la freqüència d'un esdeveniment. Tractament de dades experimentals en física, química i biologia. Estadística d'Andorra.
Probabilitat
Atzar i aleatorietat. Dades, freqüències i probabilitats. Llei dels grans nombres.

Elements de combinatòria per calcular probabilitats (combinacions, variacions i permutacions).
Càlcul de probabilitats. Propietats. Equiprobabilitat. La probabilitat condicionada. La fórmula de les probabilitats totals.
Esdeveniments aleatoris. Esdeveniment segur, esdeveniment impossible, esdeveniments incompatibles o contraris. Esdeveniments independents.
Les variables aleatòries i les seves distribucions. Exemples de lleis discretes i de llei normal.
Modelització d'experiments aleatoris. Taules de nombres a l'atzar.
Aplicacions a temes científicotècnics (errors, genètica, bioquímica, reproducció cel·lular, grups sanguinis, etc.).

PROCEDIMENTS

Raonaments estadístics.
Raonament de les eleccions de mostres.
Raonaments probabilístics.
Raonament de les dependències o independències probabilístiques.
Raonament amb proporcionalitat a partir de mostres.
Inferència estadística.
Conjectura de resultats aleatoris i verificació de la seva certesa.
Cerca de dades estadístiques adequades als problemes plantejats.
Càlcul de probabilitats teòriques i com a límits de freqüències.
Aplicació de tècniques estadístiques en el tractament de dades experimentals en problemes de física, química i biologia.
Formulació de models d'experiments aleatoris.
Formulació de models probabilístics aplicats.
Extracció d'informació profitosa a les taules de nombres a l'atzar.
Ús de les representacions estadístiques.
Ús de les TIC per visualitzar gràfiques estadístiques.
Comparació de situacions d'acord amb les seves probabilitats.

ACTITUDS I VALORS

Actitud favorable per cercar dades o produir-ne.
Interès i necessitat de fer experiments.
Gaudi de representacions gràfiques clares.
Desenvolupament d'una actitud crítica sobre informacions estadístiques a l'abast.
Interès pel valor de l'estadística i la probabilitat en el nostre món.
Apreciació de com l'ofici estadístic té components interdisciplinaris.

Orientacions didàctiques del bloc 4

El treball dels temes estadístics és un repte molt formatiu, amb multitud d'aplicacions. És convenient adoptar un enfocament eminentment pràctic fent “viure l'ofici estadístic”, que inclou treball de camp, de càlcul i de representació. Convé també treballar diverses formes de recollida de dades: enquestes, comptatges, experiments, fotografies, entre d'altres, per facilitar que l'alumnat visualitzi les matemàtiques i les seves aplicacions en diversos formats.

El treball d'aquest bloc es pot fer a partir de casos d'interès com la demografia, els resultats d'experiments científics, l'ús de grans dades a la xarxa, la simulació de processos, el control de la qualitat, etc. Es recomana considerar les estadístiques històriques i actuals d'Andorra i plantejar la realització pràctica d'algun projecte per fer un estudi estadístic andorrà en temes com la meteorologia, els cabals d'aigua, els consums, el transport, etc. També és interessant analitzar l'ús que fan els mitjans de comunicació de l'estadística, i fer-ho críticament.



Els programes informàtics i les calculadores permeten explorar un gran nombre de dades i tractar-les de formes molt variades. D'aquesta manera es poden obtenir estudis i resultats més rics, significatius i motivadors per a l'alumnat.

Els recursos d'aprenentatge de probabilitats permeten distingir i comprendre bé que hi ha situacions d'atzar o fenòmens naturals en els quals cal recollir dades (ecologia, canvi climàtic, meteorologia...), calcular-ne les freqüències i derivar-ne el càlcul de la probabilitat i situacions aleatòries (fenòmens repetibles com els jocs d'atzar amb probabilitats calculables teòricament). Es recomana aplicar aquest bloc de recursos a temes científicotècnics (enginyeria, genètica, bioquímica, reproducció cel·lular, grups sanguinis, dependències entre fenòmens naturals, correlacions en problemes de salut, etc.).



BOPA

Butlletí Oficial del
Principat d'Andorra

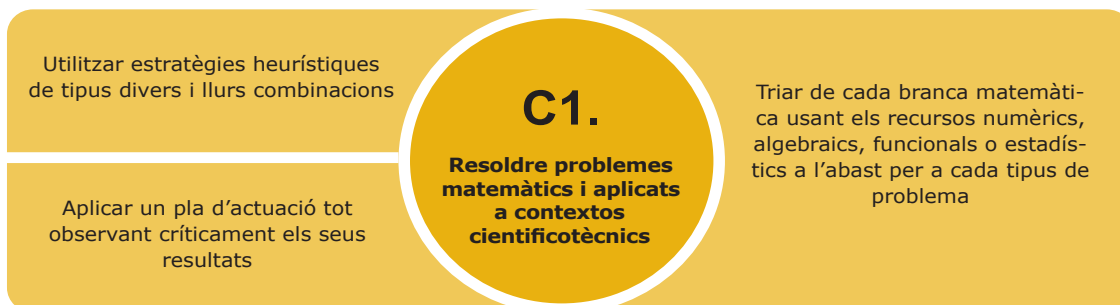
Núm. 91

19 de juliol del 2023

31/36

Quadres de síntesi

Quadre de síntesi de la C1



Críteris d'avaluació

CA1. Adequació

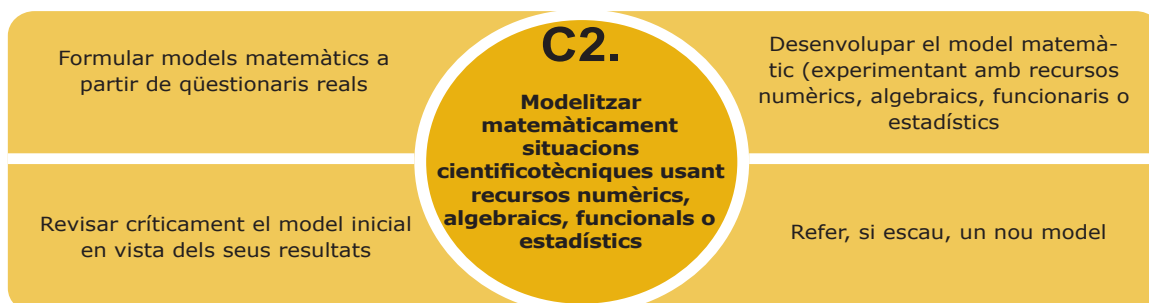
CA2. Sentit crític

CA3. Eficiència

Expectatives final de cicle de la C1

Al final de batxillerat, l'alumne **resol problemes matemàtics i aplicats quan**, a partir d'un problema, **selecciona les estratègies heurístiques adequades** (dividir el problema en parts, assaig i error, desglossant-lo en parts més petites, fent dibuixos o diagrames, etc.) per identificar les dades donades, les variables i les relacions entre elles i determinar les incògnites. **Aplica els recursos matemàtics pertinents per resoldre el problema, analitzant amb sentit crític la informació donada**, el procés de resolució de problemes, les heurístiques emprades i possibles alternatives i els resultats per revisar iterativament i reconduir el procés de resolució de forma eficient i arribar a una solució reflexionada i justificada. **Fa un ús eficient de les estratègies i els recursos emprats per resoldre problemes.**

Quadre de síntesi de la C2



criteris d'avaluació

CA1. Adequació

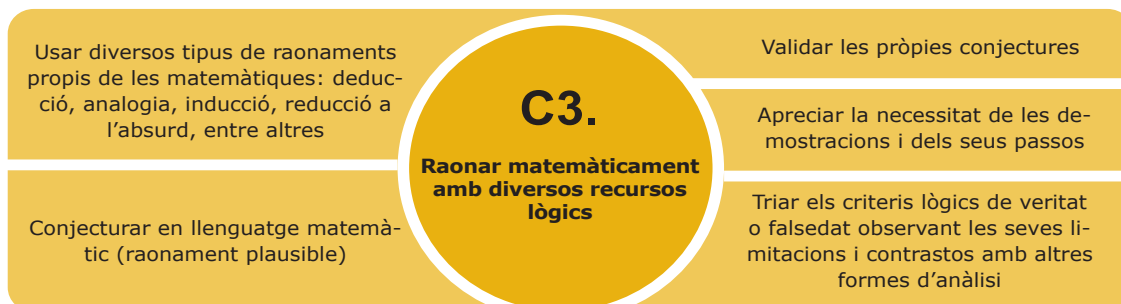
CA2. Precisió

CA3. Sentit crític

Expectatives final de cicle de la C2

Al final de batxillerat, l'alumne **modelitza matemàticament situacions científicotècniques quan formula adequadament la modelització de situacions de la vida quotidiana** a partir de la selecció de dades rellevants, identifica les dades que necessita per crear el model i les cerca. **Estableix les relacions que hi ha entre les dades i aplica adequadament els recursos numèrics, algebraics, funcionals o estadístics** necessaris per transformar la informació de les dades i les seves relacions en un model matemàtic. **Revisa amb sentit crític el model i els resultats obtinguts**, els contrasta amb la situació real de partida, i valora el seu valor pràctic i la conveniència i la significació del model i dels resultats.

Quadre de síntesi de la C3



Criteris d'avaluació

CA1. Adequació

CA2. Coherència

CA3. Sentit crític

Expectatives final de cicle de la C3

Al final de batxillerat, l'alumne **raona matemàticament amb recursos lògics quan**, en funció de la situació plantejada, **selecciona, desenvolupa i usa els raonaments matemàtics** (per exemple: deduccions, analogies, inducció, reducció a l'absurd, interpolació, extrapolació) i els criteris lògics per determinar-ne la veritat o la falsedat (per exemple: proposicions, disjuncions, negacions, implicacions, etc.), observant les limitacions i els contrastos amb les altres formes d'anàlisi. D'aquesta manera, **formula raonaments coherents en funció de la naturalesa de les situacions** (tant de tipus exacte com aproximades, estadístiques o probabilístiques, és a dir, dependències entre esdeveniments o variables) i **utilitza el sentit comú i el numèric per formular conjectures plausibles** (prediccions creïbles en vista de les dades i de la informació disponible), analitzant-ne amb sentit crític la validesa i refent, si escau, les conjectures inicials. **Dedueix correctament seguint els passos ordenats de les demostracions, passant dels casos particulars als generals.**

Quadre de síntesi de la C4

Usar les eines tecnològiques per explorar, simular i representar situacions matemàticament amb fulls de càlcul, programes de càlcul simbòlic, de representació gràfica i de geometria dinàmica

C4.

Comunicar amb llenguatge matemàtic i eines tecnològiques els processos i els resultats d'una situació matemàtica

Explicar amb llenguatge matemàtic els passos seguits

Criteris d'avaluació

CA1. Adequació**CA2. Claredat**

Expectatives final de cicle de la C4

Al final de batxillerat, l'alumne **comunica amb llenguatge matemàtic quan**, donada una situació amb enunciats orals, escrits o observats, **llegeix matemàticament la situació seleccionant adequadament els llenguatges i codis matemàtics més adequats per comunicar el procés seguit i els resultats**. Expressa de forma clara, amb recursos i llenguatges matemàtics, els raonaments, els processos seguits i/o els resultats obtinguts amb correcció matemàtica, tenint cura del llenguatge matemàtic oral i escrit o gràfic.



BOPA

Butlletí Oficial del
Principat d'Andorra

Núm. 91

19 de juliol del 2023

36/36

MAT



Govern d'Andorra