

Altres disposicions

Decret 355/2023, del 12 de juliol del 2023

Decret 355/2023, del 12-7-2023, de publicació del Programa de matemàtiques de segona ensenyança de l'Escola Andorrana.

Exposició de motius

Vist l'article 17 del Decret legislatiu del 30-5-2018 de publicació del text refós de la Llei qualificada d'educació, del 3-9-1993, en el qual s'estableix que els principis rectors del sistema educatiu andorrà i les seves modalitats, els nivells, els cicles, els cursos i les opcions establerts per la Llei es desenvoluparan amb un reglament que en determinarà els programes;

Vist l'apartat 2 de l'article 9 de la Llei qualificada esmentada, en el qual es reconeix que els alumnes tenen dret que el seu rendiment escolar sigui valorat amb criteris objectius;

Vist l'article 11 de la Llei esmentada, en el qual es reconeix el dret de llibertat de càtedra dels docents, sempre que s'exerceixi des del respecte a la Constitució i amb una finalitat educativa;

Vist l'article 4 de la Llei 17/2018, del 26 de juliol, d'ordenament del sistema educatiu andorrà, en el qual s'especifica que correspon al Govern desenvolupar, aprovar i publicar els referents curriculars de les àrees d'aprenentatge o assignatures dels diversos ensenyaments;

Vist l'article 6 de la Llei esmentada, en el qual es defineix programa com el conjunt d'elements curriculars que han de ser objecte d'ensenyament, aprenentatge i avaluació en un nivell educatiu o un diploma determinat;

Vist el Decret del 25-2-2015 d'ordenament de l'educació bàsica obligatòria del sistema educatiu andorrà;

Vist l'article 15 del Decret esmentat, en el qual es determina que els programes de les àrees d'aprenentatge es publiquen mitjançant el decret corresponent;

Vist el Decret del 24-10-2018 de publicació dels programes de segona ensenyança de l'Escola Andorrana;

Atesa la implementació del programa i la millora constant de l'ensenyament, l'aprenentatge i l'avaluació de l'assignatura de matemàtiques de l'Escola Andorrana de segona ensenyança, ha comportat una revisió del model de programa per adoptar un enfocament per competències, determinar unes competències específiques i actualitzar els sabers de les àrees d'aprenentatge;

Atesa la necessitat de presentar íntegrament totes les parts del programa i desenvolupar-ne les prescripcions i les orientacions en virtut de l'actualització mencionada, i que convé aprovar el nou programa, amb l'entrada en vigor del qual es deroga l'annex VII del Decret del 24-10-2018 del programa de segona ensenyança de l'Escola Andorrana;

Ateses les consideracions esmentades, a proposta del ministre de Relacions Institucionals, Educació i Universitats, el Govern, en la sessió del 12 de juliol del 2023, aprova el Decret de publicació del Programa de matemàtiques de segona ensenyança de l'Escola Andorrana, amb el contingut següent:

Article 1. *Objecte*

Aquest decret té com a objecte l'aprovació del programa de l'àrea d'aprenentatge de matemàtiques de segona ensenyança de l'Escola Andorrana.



Article 2. *Condicions en què s'aplica el Programa*

El Programa de matemàtiques de segona ensenyança s'implementa en les condicions i en els termes determinats per la normativa reguladora de l'ordenament de l'educació bàsica de l'Escola Andorrana.

Article 3. *Programa de matemàtiques*

El Programa de segona ensenyança de matemàtiques s'inclou a l'annex.

Disposició derogatòria

Es deroga l'annex VII del Decret del 24-10-2018 dels programes de segona ensenyança de l'Escola Andorrana.

Disposició final

Aquest Decret entra en vigor l'endemà de ser publicat al *Butlletí Oficial del Principat d'Andorra*.

Cosa que es fa pública per a coneixement general.

Andorra la Vella, 12 de juliol del 2023

Xavier Espot Zamora
Cap de Govern

Annex. Programa de matemàtiques de

MAT

**Programa de
matemàtiques
de segona ensenyança
de l'Escola Andorrana**

Ministeri de Relacions Institucionals, Educació i Universitats



Govern d'Andorra



BOPA

Butlletí Oficial del
Principat d'Andorra

Núm. 91

19 de juliol del 2023

4/56

Programa de **matemàtiques** **de segona ensenyança** **de l'Escola Andorrana**

Ministeri de Relacions Institucionals, Educació i Universitats



Govern d'Andorra



Programa de matemàtiques de segona ensenyança de l'Escola Andorrana

Aquest programa correspon al Decret del 12-7-2023 de publicació del programa de matemàtiques de segona ensenyança de l'Escola Andorrana

Coordinat per l'Àrea d'Ordenament Curricular

Grup de redacció del programa:

Jordi Deulofeu, professor del Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències experimentals de la UAB i
Coordinador del Màster de Professorat de Secundària de Matemàtiques Interuniversitari
Àrea d'Ordenament Curricular (seguiment, redacció i coordinació)

Disseny: www.pixelconcepte.com

Maquetació: Àrea d'Ordenament Curricular

ISBN: 978-99920-0-847-2

Dipòsit legal: AND.327-2023

Adreça i contacte:

Àrea d'Ordenament Curricular
Ministeri de Relacions Institucionals, Educació i Universitats
Avinguda Rocafort, 21-23 AD600 Sant Julià de Lòria
www.educacio.ad

Índex

Introducció	6
Competències específiques	8
C1. Resoldre problemes de matemàtiques en contextos diversos	9
Criteris d'avaluació de la C1	11
Expectatives de final de cicle de la C1	12
C2. Modelitzar matemàticament situacions reals	13
Criteris d'avaluació de la C2	15
Expectatives de final de cicle de la C2	16
C3. Aplicar el raonament matemàtic per conjecturar i per demostrar	17
Criteris d'avaluació de la C3	19
Expectatives de final de cicle de la C3	19
C4. Comunicar recursos, processos i resultats matemàtics	21
Criteris d'avaluació de la C4	23
Expectatives de final de cicle de la C4	23
Recursos d'aprenentatge	25
Bloc 1. Nombres, relacions i operacions	28
Bloc 2. Espai i forma	32
Bloc 3. Mesura	36
Bloc 4. Àlgebra i funcions	39
Bloc 5. Estadística i probabilitat	43
Quadres de síntesi	47
Quadre de síntesi de la C1	48
Quadre de síntesi de la C2	50
Quadre de síntesi de la C3	52
Quadre de síntesi de la C4	54



BOPA

Butlletí Oficial del
Principat d'Andorra

Núm. 91

19 de juliol del 2023

7/56

Introducció

Les matemàtiques són presents en la vida de qualsevol persona, per la qual cosa és necessari conèixer-les per esdevenir un ciutadà de ple dret. Tothom qui vulgui actuar de manera crítica, reflexiva, compromesa i constructiva necessita formar-se matemàticament, ja que això li permetrà conèixer el món, analitzar-ne el funcionament i poder actuar de manera crítica per millorar-lo.

Per tal que el coneixement matemàtic serveixi per a les finalitats descrites cal una formació centrada en les competències, tant generals com específiques, de les matemàtiques. Això implica que l'alumnat resol problemes en contextos diversos, interpreta informacions de l'entorn que utilitzen dades matemàtiques, representades de maneres diverses, i comunica resultats per mitjà del llenguatge matemàtic.

El treball de les matemàtiques també ha de possibilitar que l'alumne desenvolupi la presa de decisions en els diferents àmbits de la vida i aprengui a assumir-les i a fonamentar-les, a través de l'argumentació i el raonament matemàtic, i que utilitzi el sentit crític. Finalment, aquesta formació competencial ha de servir per assolir el fi últim d'aprendre matemàtiques, que és pensar amb rigor, és a dir, desenvolupar intuïcions dels conceptes matemàtics a partir de l'experimentació i el pensament inductiu, per arribar a comprendre'ls anant del que és concret al que és abstracte. També implica relacionar conceptes i propietats, generalitzar i construir models matemàtics que permetin aplicar una mirada matemàtica que ajudi a entendre la realitat del nostre món.

En un món complex com el d'avui, és fonamental aprendre a organitzar la informació que es rep i ser capaç de generar-ne, de manera que interpretar, construir i comunicar informació formi part del coneixement matemàtic, entès com una activitat social i cultural que constitueix una forma especial de comprendre el món tant en els seus aspectes físics com socials. Per desenvolupar aquesta pràctica, cal que l'alumnat sigui productor de matemàtiques i no només receptor, de manera que aprengui a construir els conceptes clau per dotar-los de significat i aplicar-los als contextos en què tingui sentit fer-ho, en un procés dialèctic entre matemàtiques i contextos que ha de permetre transitar, primer, del fet concret a l'abstracte i, posteriorment, en sentit contrari, aplicar els conceptes matemàtics a diferents situacions, la qual cosa implica desenvolupar la competència matemàtica¹.

¹ La relació amb les competències d'una cultura democràtica del Consell d'Europa s'indica amb el símbol següent:



Competències específiques

Les matemàtiques són una determinada manera de comprendre el món i d'intervenir-hi per intentar millorar-lo. Per aquest motiu, una de les finalitats principals de l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques a segona ensenyança és construir el coneixement matemàtic a partir de situacions contextualitzades i aplicar-lo a l'anàlisi i la resolució de situacions de la realitat. Aquesta és la característica principal de la competència matemàtica en aquest nivell educatiu i és el que volem que els alumnes de segona ensenyança aprenguin a desenvolupar.

D'acord amb això, els eixos didàctics que guien les competències dels programes de matemàtiques de segona ensenyança són els següents: la resolució de problemes, la modelització matemàtica de situacions, el raonament matemàtic i la comunicació de les mateixes produccions emprant el llenguatge matemàtic.

A partir d'aquests eixos es determinen les competències del programa, que es poden treballar de forma independent però que moltes vegades apareixen relacionades, especialment quan es plantegen activitats d'aprenentatge competencialment riques. Així, quan resollem un problema, segons les seves característiques, tindrem l'oportunitat de desenvolupar la modelització, el raonament o la comunicació.

En concret, les competències específiques de les matemàtiques a la segona ensenyança són les següents:

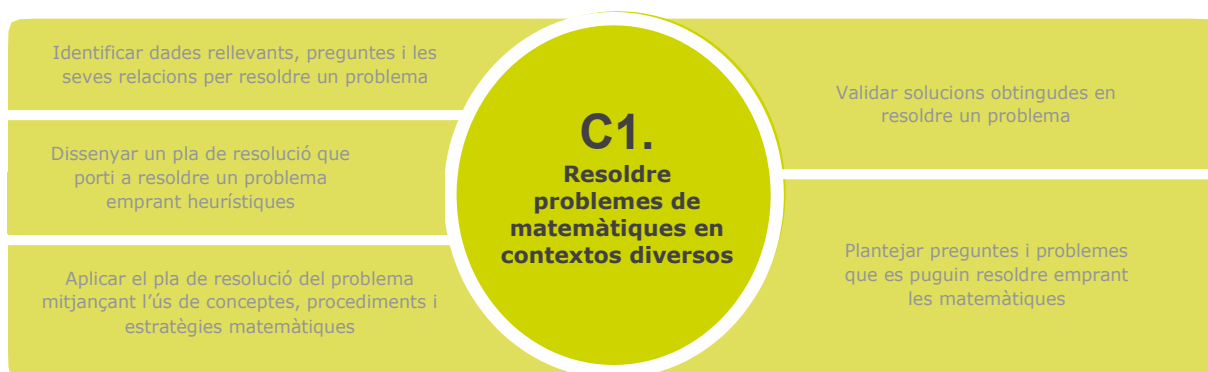
C1. Resoldre problemes de matemàtiques en contextos diversos. Aquesta competència vol destacar que la funció principal de les matemàtiques és plantejar i resoldre problemes, tant per entendre com es generen les matemàtiques com per mostrar-ne la utilitat en la resolució de situacions complexes en contextos diferents.

C2. Modelitzar matemàticament situacions reals. Aquesta competència fa referència a les matemàtiques com a instrument per analitzar i comprendre el món així com per poder actuar-hi de manera crítica, en un procés que possibilita que els models matemàtics incideixin en el coneixement de la realitat.

C3. Aplicar el raonament matemàtic per conjecturar i per demostrar. Aquesta competència fa referència a una característica rellevant de les matemàtiques, com és l'ús dels diferents tipus de raonament: l'inductiu, que serveix per conjecturar a partir de l'experimentació, i el deductiu, que porta a demostrar, emprant el raonament lògic, processos i resultats matemàtics. Aquesta competència vol destacar el caràcter de les matemàtiques com a llenguatge específic, que parteix del llenguatge.

C4. Comunicar recursos, processos i resultats matemàtics. Aquesta competència vol destacar el caràcter de les matemàtiques com a llenguatge específic, que parteix del llenguatge verbal per arribar al simbòlic, i que és necessari per fer matemàtiques i per comunicar i compartir recursos, processos i resultats.

C1. Resoldre problemes de matemàtiques en contextos diversos



Ser matemàticament competent implica, primerament, resoldre problemes. Treballar aquesta competència significa, d'una banda, reconèixer el paper dels problemes en la construcció del coneixement matemàtic i, de l'altra, entendre la necessitat de construir conceptes i procediments matemàtics que possibiliten resoldre problemes i, paral·lelament, aplicar els recursos, tant de conceptes com de procediments, a la resolució de nous problemes.

L'expressió *problema de matemàtiques* cal entendre-la en un sentit ampli: una qüestió o demanda per a la qual no tenim resposta immediata, de manera que cerquem camins de resolució emprant les matemàtiques². En aquest sentit, és important distingir entre problema i exercici. En aquest darrer, el procediment de resolució és clar i conegut per l'alumne i el que es pretén és, principalment, practicar-lo.

De les cinc dimensions en què s'estructura la competència de resoldre problemes, les quatre primeres corresponen a les fases del procés de resolució d'un problema, des de la comprensió de l'enunciat fins a la revisió i validació de les solucions, passant pel disseny i l'aplicació d'un pla de resolució. La darrera dimensió incideix en la idea que tant important és resoldre problemes com plantejar-ne de nous.

En concret, la primera dimensió, "*Identificar dades rellevants, preguntes i les seves relacions per resoldre problemes*", fa referència a la primera fase en la resolució d'un problema, que és comprendre l'enunciat. Per això cal que els alumnes identifiquin quines són les dades necessàries per respondre a les preguntes del problema, les distingeixin de possibles dades supèrflues i les relacionin amb les preguntes³.

Les dos dimensions següents (dissenyar un pla i aplicar-lo) fan referència a allò que cal fer per resoldre el problema una vegada s'ha entès. Sovint els alumnes pensen que són el mateix procés, però caldrà ajudar a diferenciar-los: en el disseny del pla és on intervenen les heurístiques, tant les generals (assaig i error, analogia, estudi de casos particulars...) com les més concretes, moltes de les quals relacionades amb les diferents maneres de representar el problema i el camí per resoldre'l⁴ (esquemes, dibuixos, diagrames,

² Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític".

³ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 8, "Autoeficàcia"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític" i 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

⁴ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 12, "Habilitats d'escolta i d'observació" i 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingüe".

taules, gràfics...). En canvi, en la resolució intervenen de manera principal els conceptes i procediments matemàtics, i els recursos en general, que permeten executar el pla de resolució⁵.



La quarta dimensió es desenvolupa quan trobem una solució, correcta o no, del problema, i se centra en la qüestió de la revisió. Preguntes com: té sentit aquesta solució?, és l'única o bé n'hi ha d'altres?, etc. condueixen a verificar les solucions. També, l'expressió oral o escrita del procés desenvolupat i la reflexió sobre el mateix procés ajuden a trobar altres camins de resolució; això és especialment important en cas d'error o de bloqueig⁶.



Finalment, la darrera dimensió considera la importància de proposar preguntes i problemes, ja sigui a partir d'un problema que hem resolt (generalització, plantejament de casos similars...) o bé a partir d'una situació que volem analitzar. El punt clau és formular preguntes i problemes que es puguin intentar resoldre emprant heurístiques i recursos matemàtics adequats a segona ensenyança.

ORIENTACIONS DIDÀCTIQUES DE LA C1

La pregunta clau que hauria de guiar el treball d'aquesta competència és: com s'ensenya a resoldre problemes? O potser és millor preguntar-se: com aprèn a resoldre problemes l'alumnat? Cal assenyalar d'entrada que el professor no pot "donar receptes" sobre el que ha de fer l'alumne quan vol resoldre un problema, com si estigués ensenyant una tècnica que l'alumne després repetirà (aquesta és la diferència entre problemes i exercicis), sinó que ha de guiar el procés que permetrà a l'alumne desenvolupar de manera gradual aquesta competència.

Aquesta guia ha d'esdevenir una bastida, al principi més explícita i que progressivament es va retirant, basada en ajudes per evitar el bloqueig de l'alumne. La bastida ja s'inicia en la mateixa formulació del problema, amb uns enunciats més explícits i més pautats al principi que gradualment es van obrint en tots els sentits (dades, preguntes, mètodes de resolució, solucions). Pel que fa a les ajudes quan els alumnes resolen problemes a l'aula, s'han de basar en preguntes: sempre és millor una pregunta que una ajuda explícita. Les preguntes, que han de sorgir només quan els alumnes expressen dificultats per avançar en la resolució, poden ser del tipus: has pensat en això?, com ho podries representar?, podries provar de fer això?, recordes un problema similar? Totes tenen com a finalitat activar el pensament de l'alumne per desenvolupar el procés de resolució: per ajudar-lo a comprendre el problema, a seleccionar heurístiques que li permetin establir un pla, a aplicar aquest pla o a revisar els resultats obtinguts i detectar possibles errors⁷. També és rellevant el plantejament de preguntes perquè ajuda l'alumne a fer reflexions metacognitives (quin és l'objectiu?, què tinc i què cerco?, com puc fer-ho?...), que són molt importants per desenvolupar la competència.



Quan els alumnes resolen problemes, un instrument que actua com a bastida és una base d'orientació, que els alumnes van interioritzant i que els ajuda a fer les reflexions metacognitives necessàries per aprendre a resoldre problemes.

Si ens centrem en les diferents fases del procés, és en la primera fase, la comprensió de l'enunciat, on les ajudes són més importants i més complexes, ja que sovint és on apareix el bloqueig (quan l'alumne diu: "no ho entenc", o bé, "no sé què haig de fer"). Aquí, cal promoure la representació del problema de



⁵ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 8, "Autoeficàcia".

⁶ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 9, "Tolerància envers l'ambigüitat"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 12, "Habilitats d'escolta i d'observació" i 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

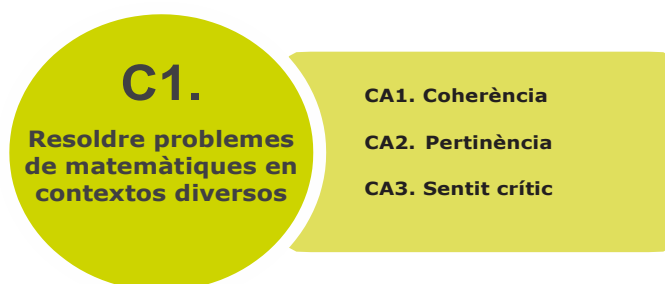
⁷ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 8, "Autoeficàcia"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 12, "Habilitats d'escolta i d'observació" i 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

maneres diverses, i fer-ho tant en el treball en grup gran, com en grup petit i en parelles, per arribar a una comprensió individual⁸.

Sovint de les representacions del problema, de les proves inicials o de l'estudi de casos particulars és d'on sorgeixen les idees per desenvolupar un pla de resolució. Seleccionar els problemes adequats per a la pràctica d'heurístiques determinades, és un punt clau en la tria de problemes.

Tot i que els conceptes ja són rellevants per a comprendre el problema i dissenyar un pla, és en la fase d'aplicació del pla per trobar les solucions on, juntament amb els procediments, esdevenen més importants. Quan l'alumne té dificultats en aquesta fase és quan cal mostrar-li la importància i la utilitat dels recursos. Llavors, les activitats dites de pràctica productiva (versus pràctica reproductiva) adquireixen sentit i porten a l'alumne a exercitar els procediments de manera significativa.

Criteris d'avaluació de la C1



Coherència

La **coherència** en la resolució de problemes fa referència a la relació entre dades i preguntes en la comprensió del problema, a les heurístiques en el disseny del pla de resolució i els recursos que es seleccionen quan es resol un problema matemàtic. També a la relació entre la resolució i les justificacions del procés emprat.

Pertinència

La **pertinència** en la resolució de problemes matemàtics fa referència a la capacitat per seleccionar i aplicar les heurístiques, tant específiques com generals, així com els recursos per a l'obtenció de solucions. Així mateix es refereix a la formulació de preguntes i problemes que es puguin resoldre utilitzant els recursos matemàtics.

Sentit crític

El **sentit crític** en la resolució de problemes matemàtics fa referència a la capacitat per establir un pla d'acció per resoldre el problema, així com per justificar les heurístiques i el recursos emprats en la resolució com també la validesa de les solucions obtingudes.

⁸ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 8, "Autoeficàcia"; 9, "Tolerància envers l'ambigüitat"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític" i 12, "Habilitats d'escolta i d'observació".

Expectatives de final de cicle de la C1

PRIMER CICLE

Al final del primer cicle, l'alumne resol problemes matemàtics en contextos diversos (quotidià, social, científic, lúdic, històric). Això implica que identifica amb coherència les dades rellevants per resoldre un problema i interpreta, de manera coherent, la relació entre les dades i les preguntes d'un problema, quan aquestes darreres estan formulades de manera explícita (necessitat de formular bé la pregunta i decidir com s'utilitzaran les dades).

Així mateix, selecciona heurístiques específiques coherents (taules, gràfics, diagrames, entre d'altres) i recursos (conceptuals, procedimentals, materials i digitals) dels blocs de nombres, de geometria, de mesura, d'estadística i de probabilitat coherents amb el disseny i la implementació d'un pla de resolució del problema. També empra els recursos de manera pertinent per obtenir els resultats del problema, tant en els casos de solució única com els que tenen diverses solucions.

Quan obté els resultats, l'alumne respon les preguntes formulades i justifica amb sentit crític el significat de les solucions obtingudes en relació amb el problema. A més, justifica amb sentit crític el pla de resolució d'un problema raonant la selecció de les heurístiques específiques, i també justifica el procés de resolució, raonant els recursos emprats en la resolució, en problemes d'àritmètica, de geometria, de mesura i d'estadística. En el procés de resolució d'un problema, es posa de manifest la manca de contradiccions entre les heurístiques, els conceptes, les tècniques emprades, així com la seva pertinència per respondre les preguntes formulades.

Finalment, l'alumne proposa preguntes pertinents a partir d'altres ja formulades, que es puguin resoldre utilitzant els recursos treballats.

SEGON CICLE

Al final del segon cicle, l'alumne resol problemes matemàtics en contextos diversos (quotidià, social, científic, lúdic, històric). Això implica que l'alumne identifica amb coherència les dades rellevants en la resolució del problema, descarta dades o en troba d'altres i interpreta, de manera coherent, la relació entre les dades i les preguntes d'un problema, quan aquestes darreres estan formulades de manera explícita i implícita (necessitat de formular bé la pregunta i decidir com s'utilitzaran les dades).

Així mateix, selecciona heurístiques específiques i generals coherents (analogia, estudi de casos, divisió d'un problema en parts, entre d'altres) i recursos (conceptuals, procedimentals, materials i digitals) dels blocs de geometria, d'àlgebra, de funcions, d'estadística i de probabilitat coherents amb el disseny i la implementació d'un pla de resolució del problema. També empra els recursos de manera pertinent per obtenir els resultats del problema, tant en els casos de solució única com els que tenen solucions diverses o infinites o no tenen solució.

Quan obté els resultats, l'alumne respon les preguntes formulades i justifica amb sentit crític el significat de les solucions obtingudes en relació amb el problema. A més, justifica amb sentit crític el pla de resolució d'un problema raonant la selecció de les heurístiques específiques i generals, i també justifica el procés de resolució, raonant els recursos emprats en la resolució, en problemes de geometria, d'àlgebra, de funcions, d'estadística i de probabilitat. En el procés de resolució d'un problema, es posa de manifest la manca de contradiccions entre les heurístiques, els conceptes, les tècniques emprades, així com la seva pertinència per respondre les preguntes formulades.

Finalment, l'alumne, proposa preguntes pertinents a partir d'altres ja formulades, que es puguin resoldre utilitzant els recursos treballats.

C2. Modelitzar matemàticament situacions reals



Si les matemàtiques són una manera d'analitzar el món per tractar d'entendre'l i actuar-hi de manera crítica, la competència de modelització matemàtica fa referència al procés que permet establir connexions entre fenòmens i problemes de context d'una banda i models matemàtics de l'altra⁹.

A segona ensenyança, els models principals són els relacionats amb l'estudi de regularitats, l'anàlisi de patrons i també amb els fenòmens de canvi.

Tot i que les competències 1 i 2 es descriuen com a processos que tenen diverses fases amb un cert paral·lelisme, la competència en resolució de problemes se centra en el camí per resoldre les qüestions formulades, tant si són de context matemàtic com si no; en canvi, en la modelització ens focalitzem en les connexions entre les situacions de la realitat (de contextos diversos: quotidià, social, científic, lúdic, històric, etc.) que volem estudiar i els models matemàtics adequats per fer aquesta anàlisi. El que es pretén és que l'alumne sigui capaç de seleccionar els recursos matemàtics adequats per abordar aspectes de la realitat¹⁰.

La competència s'estructura en quatre dimensions: les tres primeres caracteritzen el procés de modelització, partint d'una situació o un fenomen que es tradueix a un model matemàtic. Després s'aplica el model emprant recursos matemàtics i finalment s'interpreten els resultats obtinguts amb el model per validar-los en el marc de la situació real. La darrera dimensió fa referència a la necessitat de revisar el procés de modelització i validar-lo i, si s'escau, revisar el model per tal d'obtenir solucions més ajustades.

La primera dimensió, que correspon a la fase de modelització (també dita de matematització), se centra en el pas (traducció) d'una situació real a un model matemàtic concret. A segona ensenyança els diferents models de funcions són un exemple paradigmàtic. El model estableix les variables, relacions i dependències entre elles que s'expressen per mitjà de llenguatge matemàtic (taules, gràfics, equacions...) ¹¹.

Seguidament, en el procés de modelització ve l'aplicació del model, la qual cosa implica utilitzar tota mena de recursos matemàtics per analitzar la situació i arribar a solucions en termes matemàtics, generalment quantitatius, de la situació estudiada¹².

⁹ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 4, "Obertura a la diversitat cultural i a altres creences, visions del món i pràctiques" i 20, "Coneixement i comprensió crítica del món".

¹⁰ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 8, "Autoeficàcia"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació" i 20, "Coneixement i comprensió crítica del món".

¹¹ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

¹² Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític".

En la fase següent l'alumne ha d'interpretar la validesa de les solucions obtingudes en relació amb la situació contextualitzada i buscar, si escau, altres solucions possibles o bé argumentar que no n'hi ha més¹³. També pot passar que algunes solucions obtingudes no tinguin sentit en el context de la situació.

La darrera dimensió implica una validació crítica del model emprat i de la seva aplicació¹⁴, tant des del punt de vista intern com extern. Pot succeir que les conclusions obtingudes siguin insuficients i que calgui introduir noves dades o condicions i, fins i tot, fer una revisió del model que porti a la necessitat de substituir-lo per un altre.

ORIENTACIONS DIDÀCTIQUES DE LA C2

L'element central de la competència és la relació entre la situació que s'ha d'analitzar i el model matemàtic. Unes vegades triarem una situació amb la finalitat d'ajudar a construir un model matemàtic determinat. Altres vegades el que caldrà és connectar la situació amb un model ja conegut, és a dir, seleccionar, entre els models coneguts, el més adequat i analitzar la situació¹⁵. La tria d'un camí o un altre, que fa el professor segons el moment, depèn de la intenció amb la qual utilitzi la modelització.

D'acord amb el paràgraf anterior, algunes qüestions clau per treballar la competència són: quins contextos i quines situacions cal escollir per poder elaborar i aplicar els models matemàtics que es corresponen amb els recursos de cada curs?, quins d'aquests recursos són els més adequats per desenvolupar i aplicar el procés de modelització?

La modelització permet analitzar des de les matemàtiques situacions no matemàtiques¹⁶. En principi, qualsevol bloc de recursos pot utilitzar-se amb aquesta finalitat, però a segona ensenyança hi ha algunes temàtiques clarament indicades per desenvolupar aquest procés. En primer lloc, i de manera prioritària, els diferents models de funcions, en particular les lineals, les quadràtiques i les exponencials. Així mateix, hi ha situacions que es poden analitzar amb models estadístics i/o probabilístics i també algunes situacions que impliquen models geomètrics, en particular de mesura indirecta.

La selecció de situacions en contextos concrets (vida quotidiana, realitat del món, història, situacions de joc i altres disciplines, ciències i tecnologia particularment) és un punt molt rellevant. Aquestes situacions han de mantenir un equilibri entre tres característiques: la significació pels alumnes, la rellevància de la situació estudiada i la relació entre els models matemàtics que cal emprar i els recursos que corresponen a un curs determinat. Per això, és particularment adequat l'estudi de situacions actuals de la realitat natural i social de l'entorn immediat, en el nostre cas d'Andorra, que a més possibiliten, de manera natural, obtenir dades reals i dur a terme experimentacions¹⁷.

En el marc d'aquesta competència tenen també un paper rellevant els recursos tecnològics, tant per obtenir i organitzar dades, com per experimentar-hi i interpretar-les.

Encara que cal arribar a plantejar en cada curs situacions obertes, i per tant no perfectament definides, per poder desenvolupar el procés de modelització en tota la seva globalitat, les exigències metacognitives que requereix aquest treball fan que calgui seguir una seqüència que s'inicia amb formulacions concretes, en què la selecció del model és senzilla, fins a situacions que caldrà concretar (seleccionant variables i establint les possibles relacions entre elles) abans d'aplicar un model matemàtic determinat. És en aquests casos on la

¹³ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 8, "Autoeficàcia" i 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític".

¹⁴ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític".

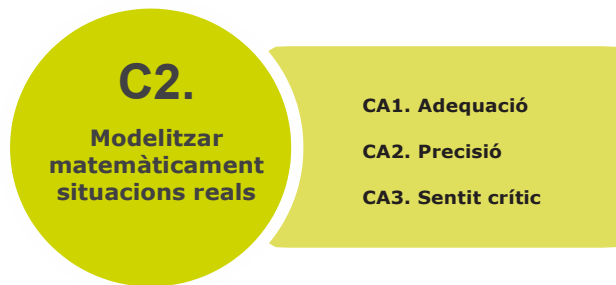
¹⁵ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític".

¹⁶ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 4, "Obertura a la diversitat cultural i a altres creences, visions del món i pràctiques"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític" i 20, "Coneixement i comprensió crítica del món."

¹⁷ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 8, "Autoeficàcia"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 12, "Habilitats d'escolta i d'observació" i 20, "Coneixement i comprensió crítica del món".

primera fase de modelització i la darrera, que relacionen la situació real amb el model i la seva pertinència, adquireixen un paper més rellevant i on es pot destacar la importància dels models matemàtics.

Criteris d'avaluació de la C2



Adequació

L'adequació en la modelització matemàtica fa referència a la identificació de la situació a estudiar, la formulació del model matemàtic per analitzar la situació i l'ús dels recursos per aplicar el model.

Precisió

La precisió en la modelització matemàtica fa referència a la expressió de la situació a modelitzar, a la formulació del model i a les respostes a les preguntes formulades, emprant tot tipus de recursos.

Sentit crític

El sentit crític en la modelització matemàtica fa referència a la selecció del model matemàtic, la interpretació dels resultats obtinguts a l'aplicar el model i la validació del model seleccionat, així com de les seves limitacions, sempre en relació amb la situació real objecte d'estudi.

Expectatives de final de cicle de la C2

PRIMER CICLE

Al final del primer cicle, l'alumne modelitza matemàticament situacions reals. Això vol dir que identifica adequadament la situació real que cal estudiar i estableix relacions numèriques, geomètriques, de mesura, d'estadística i de probabilitat, i, si escau, les preguntes que s'han de respondre.

D'altra banda, l'alumne selecciona un model matemàtic amb sentit crític, el contrast amb la situació plantejada i formula de manera precisa el model, seleccionant adequadament les dades rellevants i establint les relacions que existeixen entre elles i amb el model. Alhora, per formular el model, selecciona de manera adequada els recursos numèrics, geomètrics, de mesura i estadística necessaris i els utilitza amb precisió i de manera adequada. També utilitza amb precisió els recursos tecnològics treballats per aplicar el model.

Així mateix, interpreta amb sentit crític els resultats obtinguts quan aplica el model, sempre d'acord amb la situació real analitzada, arrodonint, aproximant o descartant alguna solució, si escau. Finalment, valora amb sentit crític la idoneïtat del model i les seves limitacions, a partir dels resultats obtinguts d'acord amb la situació real de partida.

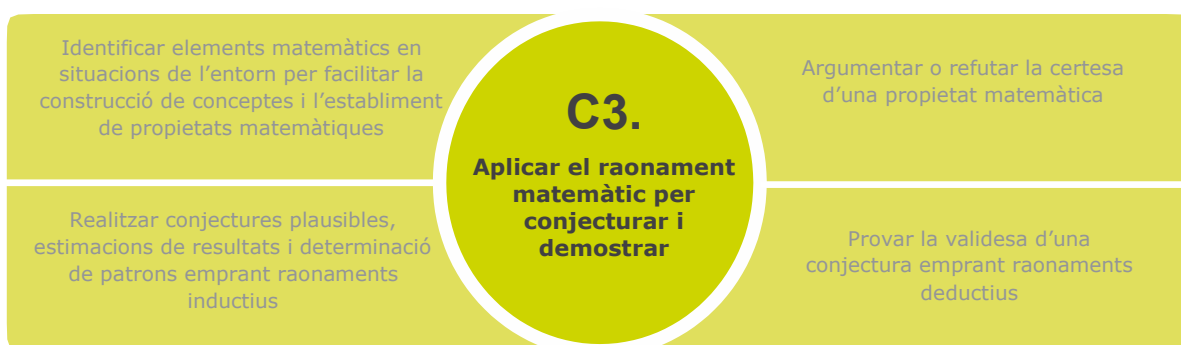
SEGON CICLE

Al final del segon cicle, l'alumne modelitza matemàticament situacions reals. Això vol dir que identifica adequadament la situació real que cal estudiar i estableix relacions geomètriques, algebraïques, funcionals, d'estadística i de probabilitat, i, si escau, les preguntes que s'han de respondre.

D'altra banda, l'alumne selecciona un model matemàtic amb sentit crític, el contrast amb la situació plantejada i formula de manera precisa el model, seleccionant les variables, els paràmetres i les relacions entre elles i amb el model. Alhora, selecciona de manera adequada els recursos geomètrics, algebraïcs, funcionals, estadístics i de probabilitat necessaris a l'hora de formular el model matemàtic i els utilitza amb precisió i de manera adequada. També utilitza amb precisió els recursos tecnològics treballats per aplicar el model.

Així mateix, interpreta amb sentit crític els resultats obtinguts amb l'aplicació del model, sempre d'acord amb la situació real analitzada, arrodonint, aproximant, reformulant o descartant alguna solució, si escau. Finalment, valora amb sentit crític la idoneïtat del model i les seves limitacions, a partir dels resultats obtinguts d'acord amb la situació real de partida, i el reformula si escau.

C3. Aplicar el raonament matemàtic per conjecturar i per demostrar



Una característica de les matemàtiques és el desenvolupament de raonaments lògics per obtenir i validar els seus resultats. És allò que ens porta a afirmar que quan aprenem matemàtiques estem aprenent a raonar de manera lògica.

Per això, aquesta competència fa referència a l'ús dels diferents tipus de raonament, que caracteritzen el que significa fer matemàtiques i que són complementaris: l'inductiu, que serveix per conjecturar a partir de l'observació, l'experimentació, i l'estudi de casos particulars; i el deductiu, que permet validar propietats i resultats, emprant arguments i fent demostracions per mitjà de l'encadenament de raonaments lògics, que poden expressar-se amb paraules, dibuixos o llenguatge simbòlic, sempre que tinguin un caràcter general¹⁸.

Les quatre dimensions que caracteritzen aquesta competència es refereixen als diferents tipus de raonament i les seves finalitats: les dos primeres, de caràcter inductiu, porten a construir conceptes i establir propietats, fer estimacions i conjectures i establir patrons. Les altres dos, centrades en la validació de resultats, de caràcter deductiu, permeten argumentar o refutar un resultat prèviament establert, o bé demostrar la validesa d'una conjectura.

En el procés d'ensenyament-aprenentatge de les matemàtiques, igual que a la primera ensenyança, també a la segona ensenyança cal començar pel raonament inductiu, que és el que es promou amb l'experimentació, la manipulació i l'observació de situacions concretes i de casos particulars, amb què es fomenta la intuïció. Aquest tipus de raonament, partint del que és concret per anar progressivament cap a l'abstracció, requereix l'ús de contextos i de representacions adequats que permetin construir inicialment significats concrets lligats a un context per passar, posteriorment, a la construcció de conceptes matemàtics¹⁹. També el raonament inductiu és el que cal emprar per fer conjectures plausibles de propietats, resultats que després caldrà refutar o validar.

Quan s'ha establert una determinada conjectura o un resultat, cal aprendre a argumentar-ne la validesa. Per això, caldrà verificar-la amb nous casos particulars, i cercar possibles contraexemples. També són importants

¹⁸ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 5, "Respecte"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingüe" i 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

¹⁹ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític" i 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

la discussió i el contrast amb els altres, especialment quan sorgeixen discrepàncies; en aquest sentit, l'argumentació col·lectiva esdevé una eina per aprendre a argumentar²⁰.



Finalment, caldrà utilitzar raonaments lògics de tipus general que portaran a la demostració de la conjectura. Aconseguir que l'alumnat faci demostracions d'una certa longitud és molt complex; per això, cal un aprenentatge explícit que promogui la realització de petits (en el sentit de curts) raonaments deductius, i que permetin distingir-los dels raonaments inductius, i per això suggerim activitats en què es parteixi d'un fet establert per arribar a un altre que volem establir.

ORIENTACIONS DIDÀCTIQUES DE LA C3

Per desenvolupar aquesta competència cal que a l'aula proposem activitats i formulem tasques concretes que promoguin el raonament matemàtic en l'alumnat. Aquest raonament es pot incentivar amb tasques amb objectius diversos, però en què calgui fer una conjectura, una argumentació o una demostració. Fins i tot, podem treballar la competència amb tasques en què l'acció principal és la pràctica de procediments, si la finalitat de la tasca no és aquesta aplicació sinó el descobriment que se'n deriva, l'explicació del que succeeix i els arguments que sustenten el perquè.

L'inici del raonament matemàtic el trobem en el procés que permet conjecturar i, en aquest sentit, el treball que cal fer a l'aula, de caràcter intuïtiu i experimental, ha de ser una continuació del que s'ha fet a primera ensenyança. Promoure en l'alumnat la realització de proves per tal d'induir-ne conjectures és un treball imprescindible; però aquestes conjectures han de ser plausibles, és a dir, han de tenir una fonamentació mínima, encara que sorgeixi de la intuïció i al final puguin ser refutades²¹.



Apropar-se a l'ús del llenguatge simbòlic característic de les matemàtiques no significa deixar de banda les anomenades demostracions visuals, i en ocasions també les representacions materials, amb les quals tant aquestes com les imatges expressen raonaments generals que esdevenen demostracions no simbòliques però totalment vàlides.

Cal ajudar els alumnes a veure la diferència entre els processos inductius i els deductius i el fet que aquests darrers poden, a vegades, ser més eficients. En aquest sentit és important proposar petites tasques en què s'aporta la informació necessària que serveix de punt de partida (o de resultat conegut i no qüestionat) per fer una deducció, tot i que la tasca podria resoldre's també de manera inductiva. Per exemple: si el 10% d'una determinada quantitat és 25, quin serà el 30% d'aquesta quantitat? La qüestió es pot resoldre trobant la quantitat i calculant el 30%, però també raonant que com que el 30% és tres vegades el 10%, el resultat serà el triple de 25.

En definitiva, l'aplicació del raonament matemàtic per conjecturar i demostrar es treballa a l'aula amb activitats d'aprenentatge que potencien el cicle: experimentació i realització de proves, estudi de casos particulars, realització de conjectures, argumentació de la seva validesa, demostració i generalització, si escau²².

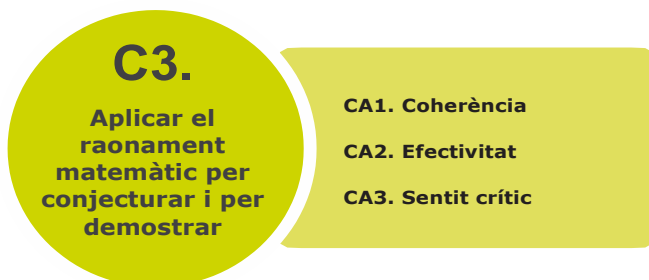


²⁰ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 5, "Respecte"; 9, "Tolerància envers l'ambigüitat"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític" i 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingüe".

²¹ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 4, "Obertura a la diversitat cultural i a altres creences, visions del món i pràctiques"; 8, "Autoeficàcia"; 9, "Tolerància envers l'ambigüitat"; 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític" i 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingüe".

²² Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 5, "Respecte"; 8, "Autoeficàcia" i 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític".

Criteris d'avaluació de la C3



Coherència

La **coherència** en l'aplicació del raonament matemàtic, en tot tipus de situacions matemàtiques, es posa de manifest quan es formulen conjectures a partir de l'experimentació i l'estudi de casos concrets i es validen, o refuten, les conjectures, a partir de raonaments lògics ben encadenats.

Efectivitat

L'**efectivitat** en l'aplicació del raonament matemàtic, tant a situacions contextualitzades com matemàtiques, es posa de manifest en la selecció i ús de raonaments lògics, tant concrets com generals, que porten a realitzar conjectures raonables així com argumentacions i demostracions fonamentades.

Sentit crític

El **sentit crític** en l'aplicació del raonament matemàtic, tant a situacions contextualitzades com matemàtiques es posa de manifest en la selecció de raonaments lògics per validar un resultat o una conjectura.

Expectatives de final de cicle de la C3

PRIMER CICLE

Al final del primer cicle, l'alumne aplica el raonament matemàtic per conjecturar i per demostrar. Això significa que identifica elements matemàtics en situacions reals que li permeten donar significats concrets a conceptes i propietats de manera coherent, és a dir, utilitzar diferents contextos que permetin formular concrecions de les propietats i els conceptes matemàtics que són de naturalesa abstracta.

Així mateix, utilitza el raonament inductiu de manera efectiva, és a dir, l'experimentació, la realització de proves, l'ús de casos particulars i els recursos expressats de diferents maneres, per a fer conjectures (plausibles, és a dir, raonables en el sentit que d'entrada, d'acord amb la informació disponible, semblen vàlides i no es refuten immediatament). També distingeix conceptes, propietats i conjectures amb sentit crític quan els utilitza.

A més, utilitza de manera coherent propietats i conceptes matemàtics que li permeten establir raonaments lògics i realitzar deduccions (que en aquest cicle es focalitzaran a formular argumentacions i contrastar-ne les mateixes amb els altres).

D'altra banda, selecciona els raonaments lògics més convenients per validar un resultat o una conjectura amb sentit crític, i valora amb sentit crític les conjectures formulades a partir dels resultats obtinguts. També argumenta de manera efectiva la certesa d'una conjectura i refuta amb coherència conjectures no vàlides a partir de casos particulars.

Finalment, aplica de manera efectiva tant raonaments inductius com deductius en casos simples, és a dir, sense necessitat d'encadenar diversos raonaments, quan estableix resultats.

SEGON CICLE

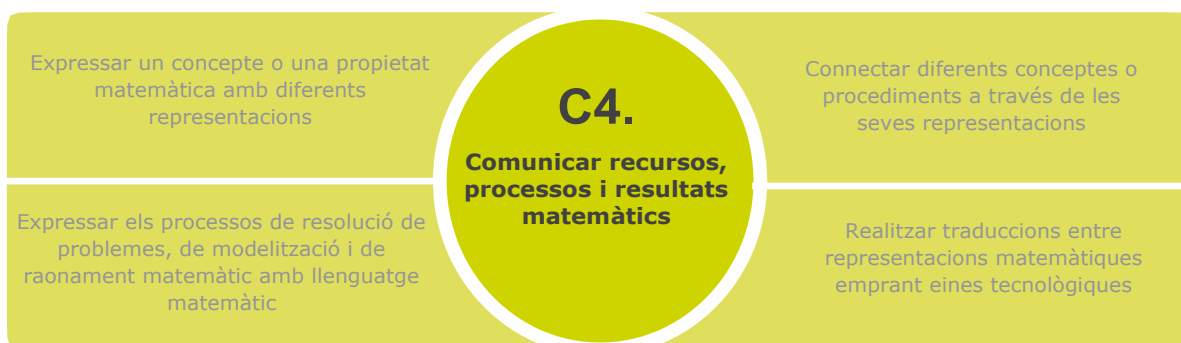
Al final del segon cicle, l'alumne aplica el raonament matemàtic per conjecturar i per demostrar. Això significa que identifica elements matemàtics en situacions reals que li permeten definir conceptes i propietats de manera coherent (definicions que, tot i partir de situacions concretes, han de ser lògicament correctes, encara que puguin ser incompletes o presentar alguna imprecisió).

Així mateix, utilitza el raonament inductiu de manera efectiva, és a dir, l'experimentació, la realització de proves, l'ús de casos particulars, i els recursos expressats de diferents maneres, per fer conjectures (plausibles, és a dir, raonables en el sentit que d'entrada, d'acord amb la informació disponible, semblen vàlides i no es refuten immediatament). També, distingeix conceptes, propietats i conjectures amb sentit crític quan els utilitza.

D'altra banda, utilitza de manera coherent propietats i conceptes matemàtics que li permeten establir i encadenar raonaments lògics i fer deduccions (partint de l'argumentació i el contrast amb els altres, fins a arribar a la formulació escrita de deduccions). A més, selecciona els raonaments lògics més convenients per validar un resultat o una conjectura amb sentit crític, i valora amb sentit crític les conjectures formulades a partir dels resultats obtinguts. També argumenta de manera efectiva la certesa o la falsedat d'una conjectura i refuta amb coherència conjectures no vàlides a partir de contraexemples.

Finalment, aplica de manera efectiva tant raonaments inductius com deductius per establir resultats, tant en casos simples com en alguns en què cal encadenar diversos raonaments.

C4. Comunicar recursos, processos i resultats matemàtics



La competència comunicativa, entesa com una competència específica de les matemàtiques, té com a finalitat posar en relleu que les matemàtiques són un llenguatge específic, de caràcter simbòlic, que s'utilitza tant en les matemàtiques com en les ciències. Per tal que els alumnes siguin capaços de dotar de significat aquest llenguatge és necessari partir del llenguatge verbal, passar per representacions tabulades i gràfiques fins a arribar a les expressions simbòliques²³.

Les quatre dimensions en què s'ha detallat la competència fan referència a diferents aspectes de les matemàtiques com a llenguatge: les dos primeres es refereixen a la importància del llenguatge per comprendre i relacionar conceptes matemàtics, ja sigui per relacionar diferents representacions d'un mateix concepte o propietat, cadascuna de les quals destaca característiques particulars del concepte, o bé per establir relacions entre diferents conceptes. Les altres dos dimensions, es refereixen a la importància de comunicar resultats, o processos, i també de fer traduccions entre llenguatges.

Per construir conceptes cal emprar diferents representacions, relacionar-les, dotar el concepte de significat en cadascuna de les representacions i aprendre a interpretar aquests significats quan canviem de representació²⁴. També és important relacionar diferents conceptes a través de les seves representacions. A la segona ensenyança cal arribar a utilitzar i manipular representacions simbòliques, com el llenguatge algebraic, però sempre partint dels altres llenguatges (verbal, numèric i gràfic) que ajuden a dotar de significat el llenguatge simbòlic.

D'altra banda, l'alumne ha d'utilitzar el llenguatge matemàtic per expressar un raonament inductiu o deductiu, la resolució d'un problema o un procés de modelització. Amb l'ús d'aquest llenguatge ha d'explicar els passos seguits, les opcions seleccionades i els resultats obtinguts²⁵.

L'ús tant de materials manipulatius com de recursos tecnològics és també un aspecte rellevant per ajudar a fer traduccions entre llenguatges, tant en l'àmbit numèric com en el geomètric i sobretot en el treball amb funcions.

²³ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingüe" i 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

²⁴ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingüe" i 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

²⁵ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingüe" i 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

ORIENTACIONS DIDÀCTIQUES DE LA C4

En el procés comunicatiu cal preveure tant la capacitat per comprendre i interpretar la informació que ens arriba dels altres, com tot el que és necessari per comunicar allò que fem, que construïm i que raonem²⁶. No només en les situacions que parteixen de les mateixes matemàtiques, sinó també en moltes situacions reals, el llenguatge matemàtic té un paper fonamental perquè l'alumnat tingui la capacitat per comprendre el món i actuar-hi.

Per tal que l'alumnat comuniqui matemàticament, cal que tingui oportunitats continuades per fer-ho. És a dir, en les activitats d'aprenentatge que es proposen a l'aula, cal que es demani als alumnes que explicitin quins són els objectius i què és el que cal fer per desenvolupar la tasca (en el moment inicial), què fan (durant el procés) i per què han fet allò (després de fer-ho). Aquestes demandes, a partir de la pràctica individual i també col·lectiva, possibiliten el contrast amb les respostes dels altres i uns aprenentatges que permeten avançar de manera continuada en l'adquisició de la competència comunicativa²⁷.

Així mateix, l'ús del llenguatge matemàtic i de les diferents representacions d'un concepte, així com de les traduccions d'unes representacions a unes altres d'un mateix concepte i la interpretació de com es transformen les característiques del concepte en canviar de representació, permet apropar-se a la comprensió d'un concepte matemàtic²⁸. Tot i que això és aplicable a tots els conceptes matemàtics clau de segona ensenyança, és segurament en el concepte de funció, i en la caracterització dels diferents models elementals de funció, en què aquest fet es posa més clarament de manifest.

A la segona ensenyança l'expressió escrita, inicialment verbal i progressivament simbòlica, ha de ser preponderant. Això significa que caldrà ajudar els alumnes a interpretar i utilitzar el llenguatge simbòlic de les matemàtiques, sovint connectant-lo amb altres representacions. La introducció del llenguatge algebraic és un moment especialment adequat, sobretot en els inicis, ja que cal prioritzar els aspectes semàntics als purament sintàctics. Tanmateix, tot i la importància del llenguatge simbòlic, no podem oblidar que hi ha altres llenguatges, com les taules de nombres i sobretot els gràfics (tant estadístics com funcionals), que també cal ensenyar a interpretar i a construir i que en moltes ocasions seran més adequats que el simbòlic per analitzar situacions de la realitat.

D'altra banda, caldrà seguir emprant l'expressió oral, especialment per treballar l'argumentació col·lectiva basada en el contrast d'opinions, tant en grup petit com en grup gran²⁹. Caldrà promoure discussions sobre qüestions controvertides des del punt de vista matemàtic, per exemple, en el cas de problemes amb més d'una solució en què no estigui clar si totes tenen la mateixa validesa, o bé si són contradictòries.

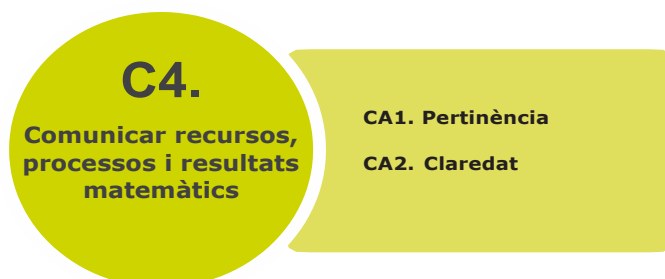
²⁶ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingüe" i 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

²⁷ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 11, "Habilitats analítiques i de pensament crític"; 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingüe" i 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

²⁸ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingüe" i 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

²⁹ Es relaciona amb les competències de cultura democràtica: 15, "Habilitats lingüística, comunicativa i plurilingüe" i 19, "Coneixement i comprensió crítica del llenguatge i la comunicació".

Criteris d'avaluació de la C4



Pertinència

La **pertinència** en la comunicació matemàtica, es constata quan s'escullen les representacions més apropiades per comunicar resultats, raonaments i processos i s'integra l'ús de símbols matemàtics en el llenguatge de l'alumnat.

Claredat

La **claredat** en la comunicació de processos i resultats amb llenguatge matemàtic s'observa quan l'alumnat estructura el seu discurs de manera que és possible seguir amb facilitat les explicacions, les representacions i els raonaments, emprades per desenvolupar i explicar un procés matemàtic.

Expectatives de final de cicle de la C4

PRIMER CICLE

Al final del primer cicle, l'alumne comunica recursos, processos i resultats matemàtics. Això significa que utilitza terminologia i símbols matemàtics pertinents en les seves produccions i també explica conceptes, propietats i raonaments matemàtics utilitzant amb claredat llenguatge oral, escrit i simbòlic (numèric, geomètric, de mesura i estadístic).

Així mateix, fa un ús pertinent de materials, representacions i recursos tecnològics per expressar conceptes, procediments i resultats. També, connecta diferents representacions d'un concepte, de manera pertinent, i tradueix d'una representació a una altra un mateix concepte (numèric, geomètric, de mesura o d'estadística) interpretant de manera precisa els elements de cada representació.

A més, explica de manera precisa i clara diferents processos: la resolució d'un problema, és a dir, explica les diferents fases de la resolució del problema (comprensió de l'enunciat, disseny d'un pla de resolució, execució del pla i validació de les solucions); també el procés de modelització, distingint la situació real, el model matemàtic aplicat i les solucions obtingudes, i finalment el procés d'argumentació, exposant afirmacions fonamentades que permetin validar o refutar un resultat.



SEGON CICLE

Al final del segon cicle, l'alumne comunica recursos, processos i resultats matemàtics. Això significa que utilitza terminologia i símbols matemàtics pertinents en les seves produccions i també explica conceptes, propietats i raonaments matemàtics utilitzant amb claredat llenguatge oral, escrit i simbòlic (geomètric, algebraic, funcional, estadístic i probabilístic).

Així mateix, fa un ús pertinent de materials, representacions i recursos tecnològics per expressar conceptes, procediments i resultats. També connecta diferents representacions d'un concepte de manera clara, i tradueix d'una representació a una altra un mateix concepte (geomètric, algebraic, funcional, d'estadística i de probabilitat) interpretant de manera clara els elements de cada representació.

A més, explica de manera precisa i clara diferents processos: la resolució d'un problema, és a dir, explica les diferents fases de la resolució del problema (comprensió de l'enunciat, disseny d'un pla de resolució, execució del pla i validació de les solucions); també el procés de modelització, distingint la situació real, el model matemàtic aplicat i les solucions obtingudes, i finalment el procés de demostració, exposant afirmacions fonamentades que portin a establir la certesa d'un resultat.



BOPA

Butlletí Oficial del
Principat d'Andorra

Núm. 91

19 de juliol del 2023

26/56

Recursos d'aprenentatge

Per tal de desenvolupar les competències específiques de les matemàtiques, cal seleccionar un conjunt de recursos, fonamentalment conceptes i procediments, però també recursos materials i digitals, que s'han d'introduir i treballar a l'aula.

El conjunt de recursos s'ha organitzat en cinc blocs, seguint una organització habitual de les matemàtiques a la segona ensenyança. Aquests blocs són els següents:

- Nombres, relacions i operacions
- Espai i forma
- Mesura
- Àlgebra i funcions
- Estadística i probabilitat

Aquesta organització dels recursos en blocs, té la finalitat d'indicar els conceptes i procediments que cal treballar al llarg del nivell educatiu de segona ensenyança i en cada cicle. Aquesta organització en blocs no implica que, en l'elaboració de les seqüències d'aprenentatge, cada bloc s'hagi de treballar de manera rígida i independent de la resta. Al contrari, les relacions entre recursos dels diferents blocs són rellevants i, moltes vegades, imprescindibles per desenvolupar un treball competencial.

Les actituds i els valors també formen part dels recursos necessaris per al desenvolupament de les competències matemàtiques. Tanmateix, a diferència dels conceptes i els procediments, que són específics de cada bloc, les actituds i els valors tenen un caràcter general que ha de ser present en qualsevol activitat matemàtica.

Així, el conjunt d'actituds i valors de la segona ensenyança és el següent:

- Valoració de la mirada matemàtica com a eina per conèixer el món.
- Curiositat pel desenvolupament del sentit numèric, geomètric, funcional i probabilístic lligat als diferents contextos de la realitat.
- Creativitat en la recerca d'idees i raonaments matemàtics que permetin analitzar i resoldre situacions diverses.
- Perseverança i tolerància a la frustració en la formulació de preguntes i la resolució de problemes de caràcter matemàtic.
- Implicació en les discussions, les argumentacions i el treball en grup a la classe de matemàtiques.

El desenvolupament de competències i la selecció de contextos és el que ha de guiar el procés d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques. Això fa que l'organització dels recursos per cicles sigui indicativa, és a dir, més orientadora que prescriptiva, la qual cosa significa que, si les situacions que es plantegen requereixen emprar un recurs d'un altre cicle, aquest recurs s'ha de poder treballar en aquest moment. El que cal és que, en acabar el nivell educatiu de la segona ensenyança, s'hagi treballat el conjunt de recursos proposats.



D'altra banda, allò que és important en relació amb els recursos és que s'usin en situacions significatives per a l'alumnat, més que simplement es presentin. En aquest sentit, cal establir una concreció sobre els significats dels recursos després d'haver-los usat i no pas abans de fer-ho, especialment els recursos conceptuals. Fer-ho d'aquesta manera possibilitarà arribar a una millor comprensió i a un ús significatiu en el treball de les competències.

Bloc 1. Nombres, relacions i operacions

Una de les característiques de les matemàtiques a segona ensenyança en relació amb els nombres és la seva diversitat. Mentre que a primera ensenyança, el treball fonamental se centra en els nombres naturals, i s'introdueixen els racionals, en aquest nivell educatiu, a més d'aprofundir en l'ús dels nombres naturals, cal treballar els nombres enters, els nombres racionals (en les diferents representacions) i els nombres reals, en particular els nombres irracionals que provenen d'arrels, i també altres nombres, com el nombre pi.

La idea clau de tot el bloc és desenvolupar el sentit numèric en cadascun dels tipus de nombres esmentats, per a la qual cosa haurem de centrar-nos en el seu significat, els seus usos, les seves representacions i les connexions entre ells. El treball amb nombres també implica establir les relacions que s'estableixen entre ells, les seves propietats, així com les operacions relatives a cadascun d'ells i les diferents formes d'efectuar-les.

Bloc 1. Nombres, relacions i operacions

1r CICLE	2n CICLE
FETS I CONCEPTES	
Diferents tipus de nombres, significats, relacions i representacions	
Nombres naturals. Diferents significats i representacions Relacions de divisibilitat (múltiples i divisors, primers i compostos) Patrons numèrics (quadrats, cubs, altres) i regularitats Nombres enters. Diferents significats: estats i variacions Representació i ordenació de nombres enters Els nombres racionals. Diferents significats i la seva expressió com a fraccions i com a decimals L'expressió d'operacions amb enters i racionals com a operadors combinats consecutius Equivalència de fraccions. Fracció irreductible Els percentatges i les seves representacions Proporcionalitat numèrica Expressions equivalents en l'àmbit numèric Els nombres irracionals quadràtics i la seva representació La recta numèrica, la representació dels diferents tipus de nombres que conté i la densitat dels racionals	Els nombres reals (racionals i irracionals). Diferències en el seu significat i en les seves representacions Raons i proporcions Aproximacions decimals de nombres irracionals Representació d'alguns irracionals (quadràtics, emprant el teorema de Pitàgores) Expressions equivalents en l'àmbit numèric Nombres grans i petits. Ordre de magnitud d'un nombre Representació exponencial i notació científica Successions aritmètiques i successions geomètriques. Característiques

1r CICLE	2n CICLE
FETS I CONCEPTES	
Operacions amb diferents tipus de nombres i càlcul	
Relació entre les operacions suma-resta, multiplicació-divisió, i entre divisió entera i decimal Jerarquia de les operacions. Significat i ús dels parèntesis Propietats de les operacions Significat i representació de les operacions amb nombres enters Significat i representació de les operacions amb nombres racionals Repartiments proporcionals a partir de la proporcionalitat Potències d'exponent natural i propietats Representació geomètrica de nombres, operacions i propietats Significat dels símbols de les operacions, de la igualtat i les desigualtats	Operacions que determinen successions i les seves representacions. Valor exacte i valor aproximat d'operacions que impliquen nombres irracionals Aproximacions per excés i per defecte en operacions amb decimals i arrels Relació entre nombres irracionals i potències d'exponent fraccionari Elecció del tipus de càlcul més adequat segons el tipus de nombres i d'operacions
PROCEDIMENTS	
Diferents tipus de nombres, significats, relacions i representacions	
Descomposició de nombres naturals de diverses maneres: sumes, productes, factors primers i de racionals en casos senzills Determinació del quocient (excés i defecte) i el residu, en una divisió entera Representació i ordenació de nombres enters Identificació dels diferents significats d'una fracció Determinació de fraccions equivalents i simplificació Representació de diversos tipus de nombres en la recta numèrica	Ús de la paritat i altres residus en una divisió entera Expressió d'una fracció en forma decimal i un decimal finit o periòdic en forma de fracció Determinació d'aproximacions successives d'un nombre irracional Ús de nombres molt grans i molt petits en notació científica Simplificació d'expressions numèriques racionals i irracionals
Operacions amb diferents tipus de nombres i càlcul	
Elecció del tipus de càlcul més adequat segons el tipus de nombres i d'operacions Utilització de les propietats de les operacions en la realització de càlculs Càlcul directe del terme desconegut d'una igualtat emprant la relació entre les operacions inverses (suma/resta i multiplicació / divisió) Determinació de múltiples i divisors d'un nombre, i del	Elecció del tipus de càlcul més adequat segons el tipus de nombres i d'operacions Estimació i aproximació de resultats d'operacions Operacions amb nombres grans i molt petits Determinació del tipus de successió (aritmètica, geomètrica, altres), càlcul de termes i expressió del terme general. Determinació d'aproximacions per excés i per defecte de

màxim comú divisor i el mínim comú múltiple de diversos nombres**Càlculs mentals amb nombres enters, fraccions i decimals senzills****Càlculs escrits amb nombres enters, fraccions i decimals****Ús de les potències i les seves propietats****Estimació i aproximació de resultats d'operacions****Càlcul de percentatges directes i inversos****Realització de repartiments proporcionals****Ús de la calculadora científica en casos pertinents i valoració de resultats****nombres irracionals****Ús crític de la calculadora científica i altres eines de càlcul**

ORIENTACIONS DIDÀCTIQUES DEL BLOC 1

El primer bloc de recursos correspon a l'estudi dels diferents tipus de nombres, les seves relacions i propietats, les operacions i el càlcul. Cal ajudar l'alumnat a construir idees sobre els tipus de nombres que permetin donar sentit a cadascun d'ells, identificant els seus diversos usos, característiques i propietats, i entenent que a diferents usos corresponen diferents tipus de nombres. Aquest treball caldrà fer-lo mentre es desenvolupen les diferents competències matemàtiques, tenint en compte que determinats recursos seran més adequats que altres per desenvolupar certes competències.

Els nombres naturals permeten enllaçar amb el treball fet a primera ensenyança i d'entrada no han d'implicar dificultats. El coneixement previ que els alumnes ja tenen d'aquests nombres permetrà treballar especialment la resolució de problemes i el raonament, analitzant propietats i descobrint patrons. Treballar diferents tipus de descomposicions, en particular les relacionades amb la divisibilitat, és un procediment clau en aquest àmbit. Pel que fa a les operacions i el càlcul, cal incidir d'una banda en la importància de seleccionar el mètode de càlcul més adequat d'acord amb els nombres i les operacions implicats (mental, escrit o amb calculadora), i de l'altra en la priorització de la pràctica productiva per sobre de la reproductiva, de manera que els càlculs que es facin tinguin, sempre que sigui possible, una utilitat: resoldre un problema, conjecturar una propietat o argumentar la validesa d'un resultat. Cal tenir en compte també que en altres blocs de recursos, com l'estadística, apareixeran aquests nombres i caldrà fer-hi operacions i càlculs sovint en contextos reals.

La introducció dels nombres enters és un moment complex per molts motius: la mateixa abstracció del concepte; la necessitat de redefinir el significat de les operacions (sumar ja no és augmentar i restar no és treure); la polisèmia dels signes, en particular del signe negatiu, i la justificació de la regla dels signes en el producte. La necessitat d'introduir aquests nombres no radica tant en la seva aplicació a contextos reals, com per exemple els guanys i les pèrdues, sinó en el fet que sense l'aritmètica dels enters no és possible fer àlgebra. Per això, cal treballar els enters en el primer cicle de segona ensenyança.

Pel que fa als nombres racionals, tot i el coneixement que ja en tenen els alumnes, caldrà insistir en els diferents significats de les fraccions lligats als seus usos (parts d'una unitat, parts d'una quantitat, operador, mesura, raó, probabilitat); en la idea d'equivalència, un concepte clau que apareix en diversos blocs de recursos, i molt especialment en la relació entre diferents representacions dels nombres racionals: fraccions, decimals i percentatges.

La proporcionalitat aritmètica i els repartiments proporcionals són recursos d'aquest bloc, que cal treballar a partir de les idees de raó i de proporció, i constitueixen un pont entre els problemes multiplicatius, tractats al bloc de nombres de primera ensenyança, i les funcions lineals que es troben en el bloc d'àlgebra i funcions.



Identificar i justificar si una situació és o no de proporcionalitat és un element clau per a l'estudi de situacions de la realitat.

Els recursos d'aquest bloc són més presents a primer cicle, a diferència d'altres blocs, com el d'àlgebra i funcions, que tenen més pes a segon cicle. Deixem per a segon cicle el treball amb nombres reals, en particular el treball amb els nombres irracionals, centrat en el problema de la mesura i el concepte de raó, les representacions d'aquests nombres i les seves aproximacions decimals. A segon cicle, amb l'excepció d'alguns nombres irracionals rellevants, com π , centrarem el treball en els nombres irracionals quadràtics, la qual cosa permetrà establir relacions amb el bloc d'espai i forma.

També a segon cicle inclourem el treball amb nombres molt grans i molt petits, els ordres de magnitud i la notació científica, temàtica que cal abordar a partir de la modelització de situacions reals i d'altres ciències, fent ús de la calculadora. Finalment, s'inclou en aquest bloc una introducció a les successions, en particular les progressions aritmètiques i geomètriques, que cal lligar amb els tipus de creixement (lineal, exponencial) i les funcions, però també altres successions rellevants com la de Fibonacci. Aquests recursos permeten treballar la idea de recurrència, emprant eines digitals i diferenciant-la de l'expressió del terme general.

Bloc 2. Espai i forma

En aquest bloc es presenten els recursos relacionats amb la geometria, tant en el pla com en l'espai. A diferència del bloc dedicat als nombres, els recursos de la geometria admeten seqüenciacions i aproximacions diverses ja que no cal mantenir un ordre preestablert, tant en la relació entre l'espai i el pla com en les propietats de les figures planes i espacials.

El bloc inclou els recursos corresponents a les formes del pla (principalment els polígons i el cercle) i de l'espai (poliedres i cossos rodons), els seus elements i propietats. Un punt important és la distinció i la relació entre les formes en 2D i en 3D. També en constitueixen una part important els recursos relacionats amb les transformacions, prioritàriament en el pla, tant les isometries (translacions, girs i especialment simetries) com la semblança, que es relaciona amb la proporcionalitat i que esdevé una eina clau per a la mesura indirecta. El bloc inclou també una introducció a la trigonometria, amb les raons trigonomètriques bàsiques en el triangle rectangle.

En aquest bloc l'ús de recursos materials (objectes de l'entorn i materials estructurats) i de recursos TIC, especialment el GeoGebra, és imprescindible tant per construir conceptes i conjecturar propietats i solucions de problemes com per demostrar relacions i teoremes.

Bloc 2. Espai i forma

1r CICLE	2n CICLE
FETS I CONCEPTES	
Les formes del pla i de l'espai i els seus elements	
Formes del pla: triangles, quadrilàters, polígons i cercles. Classificació. Elements	Elements (mediatriu, bisectriu, mediana, altura) i punts notables d'un triangle (circumcentre, baricentre)
Propietats de les figures planes i dels seus elements: paral·lelisme, perpendicularitat, regularitat, convexitat	Cossos a l'espai: poliedres, poliedres regulars i altres cossos (esfera, cilindres, cons). Elements
Cossos a l'espai: poliedres (ortoesdres, prismes, piràmides)	Propietats dels cossos a l'espai i dels seus elements: paral·lelisme, perpendicularitat, regularitat, convexitat, relació cares-arestes-vèrtex
Distinció entre el vocabulari geomètric del pla i de l'espai	Les seccions de poliedres senzills i del con
Triangles rectangles i teorema de Pitàgores	
Construcció i representació de figures en 2D i 3D amb materials i TIC	

1r CICLE	2n CICLE
FETS I CONCEPTES	
Models geomètrics en 2D i 3D	
Identificació i construcció de patrons geomètrics, tant en 2D com en 3D	Relació entre formes en 3D, projeccions i desenvolupaments en 2D
Projeccions en 2D de figures en 3D	Construcció de figures en 3D a partir de 2D
Els instruments de dibuix (regle, escaire, compàs) i les seves propietats	Coordenades cartesianes i coordenades polars
El pla cartesià (coordenades)	Seccions planes de cossos a l'espai
Elaboració de plànols i itineraris	Ús del GeoGebra com a suport per visualitzar els elements introduïts
Ús del GeoGebra com a suport per visualitzar els elements introduïts	
Relacions i transformacions	
Moviments i congruència entre figures	Igualtat de forma: homotècia i semblança
Simetries, rotacions i translacions com a moviments del pla	Teorema de Tales i proporcionalitat geomètrica
Frisos i mosaics	Distinció entre congruència i semblança. Raó de semblança
Transformació de figures emprant moviments	Raons trigonomètriques bàsiques en el triangle rectangle. Propietats
Moviments que deixen una figura invariant	
PROCEDIMENTS	
Formes del pla i de l'espai	
Determinació de criteris i classificació de formes a partir de criteris establerts	Extensió de propietats emprant la triangulació de polígons
Descomposició i composició de formes emprant materials i recursos TIC (GeoGebra)	Construcció i representació d'elements (mediatriu, bisectriu, mediana, altura) i punts notables (circumcentre, baricentre)
Ús i distinció entre el vocabulari geomètric del pla i de l'espai	Construcció i representació de figures en 2D i 3D amb materials i TIC
Identificació de propietats que es mantenen i que varien quan es mou una figura	Ús de TIC (GeoGebra) per a l'anàlisi de situacions dinàmiques
Ús del teorema de Pitàgores per classificar triangles i per resoldre problemes	
Models geomètrics en 2D i 3D	
Identificació i construcció de patrons geomètrics, de figures planes i de l'espai	Construcció de figures en 3D a partir de les seves projeccions en 2D
Utilització d'instruments de dibuix i recursos TIC per construir models geomètrics	Identificació de propietats geomètriques partint de figures representades a partir de coordenades cartesianes
Utilització d'eixos de coordenades per situar punts i	

representar figures geomètriques	
Transformacions	
Identificació de figures congruents emprant transformacions geomètriques	Construcció de figures homotètiques i semblants
Construcció de mosaics emprant transformacions i identificant motius mínims	Aplicació de la semblança en l'anàlisi de situacions reals
Ús de simetries per resoldre problemes	Ús del teorema de Tales per a resoldre problemes
Relació entre regularitat i invariants d'una figura	Relació entre raó de semblança i escala d'un mapa.
	Ús de Google Maps o apps similars per treballar escales i mapes
	Determinació de raons trigonomètriques bàsiques en el triangle rectangle
	Ús de les raons trigonomètriques per resoldre problemes de mesures amb triangles rectangles

ORIENTACIONS DIDÀCTIQUES DEL BLOC 2

En aquest bloc, els recursos no estan clarament jerarquitzats, la qual cosa permet diverses aproximacions. En aquest cas els recursos s'organitzen al voltant de tres eixos: les formes, tant del pla com de l'espai, els seus elements i les seves propietats; els models geomètrics i en especial les relacions entre les figures en 3D i en 2D; i finalment les transformacions, tant les isomètriques com les que mantenen la forma.

Fer geometria és manipular, construir, classificar, establir relacions, transformar, descompondre i compondre, més que no pas definir, posar nom i aplicar fórmules. Els recursos de la geometria s'han de relacionar amb els d'altres blocs, perquè possibiliten efectuar raonaments i visualitzar propietats. Les representacions de figures, permeten connectar conceptes i propietats numèrics (suma amb semiperímetre i producte amb àrea d'un rectangle, o bé distributivitat del producte respecte a la suma) i algebriques (expressions notables com el quadrat del binomi i la no distributivitat, o la resolució de certs models d'equacions).

Un treball constructiu a partir de materials, primer físics i a continuació digitals, permet emprar els recursos geomètrics per desenvolupar totes les competències, però molt especialment per fer conjectures (el GeoGebra és una eina adient per fer-ho) i validar-les (les demostracions visuals són demostracions tan matemàtiques com les simbòliques, sempre que siguin generals).

Els recursos de la geometria són molt adequats per aprendre a classificar i també a ordenar. Aquí la determinació de criteris adequats permetrà d'una banda distingir les classificacions "bones" de les inclusives, i de l'altra anar més enllà de les classificacions estàndard (per exemple, classificar els quadrilàters a partir de les característiques de les seves diagonals o bé de les seves simetries, i comparar-ho amb les classificacions estàndard). Cal incidir que en tot aquest treball allò més rellevant són els criteris, les classificacions que se'n deriven i la seva comprovació, més que no pas els termes que utilitzem per etiquetar cada grup. Tanmateix, quan decidim introduir alguns d'aquests termes, si volem que l'alumnat els integri en el seu vocabulari, hem d'utilitzar-los reiteradament.

El treball en 2D i en 3D és complementari i s'ha de fer de manera relacionada, entenent que les figures planes formen part de l'espai i es relacionen amb els cossos en l'espai a través de desplegaments (per exemple, dels dotze pentòminos, quins formen una caixa cúbica sense "tapa"?), vistes (per exemple, donades les vistes frontal i lateral, com construïm les possibles figures?) i seccions (per exemple, quins polígons s'obtenen tallant un tetràedre per un pla?). Cal fer un treball amb activitats que, a partir de l'ús de materials i de les representacions planes, permetin anar de l'espai al pla i viceversa.



Les transformacions són també una part rellevant dels recursos d'aquest bloc per mostrar la part dinàmica de la geometria, que sovint queda amagada sota les característiques i propietats estàtiques. En particular, cal destacar el treball de la simetria a primer cicle i de la semblança a segon cicle. El valor d'aquests recursos va més enllà dels aspectes conceptuals, ja que esdevenen eines importants per resoldre problemes, modelitzar i raonar matemàticament.

En el treball amb la simetria cal distingir l'obtenció de figures simètriques a partir d'una altra (treballant, per exemple, els mosaics) de les transformacions que deixen invariant una figura (per exemple, descobrint la relació entre polígons regulars i els seus invariants). Pel que fa a la semblança que caracteritza la igualtat de forma, permet desenvolupar la proporcionalitat geomètrica i el teorema de Tales i connectar, internament, geometria, aritmètica, àlgebra i funcions, i al mateix temps permet disposar d'una eina de modelització i de resolució de problemes. També aquí l'ús de materials i recursos digitals és fonamental, ja que el dibuix condueix a una visió estàtica de la geometria. D'altra banda, el treball de la semblança en triangles rectangles i l'especificitat d'aquests polígons permetrà introduir les raons trigonomètriques.

Bloc 3. Mesura

El conjunt de recursos que formen el bloc de la mesura tenen com a característica principal que promouen connexions entre diversos blocs de recursos, en particular nombres i geometria, i també entre les matemàtiques i la realitat. Mesurar és una acció fonamental per conèixer el món, necessària per poder quantificar tot tipus de relacions i per obtenir dades que ens permetin analitzar situacions reals.

D'acord amb les connexions internes (dins dels mateixos recursos matemàtics), el bloc s'estructura en dos parts: d'una banda, la que es relaciona amb les magnituds de tipus geomètric (principalment longitud, superfície i volum) i les seves unitats, i de l'altra, la que es relaciona amb els diferents tipus de nombres i el seu ús com a expressió d'una mesura lligada a les unitats emprades.

Per la mateixa naturalesa del bloc, el seu desenvolupament ha d'estar lligat als dos blocs anteriors (tant a la geometria com als nombres) i al mateix temps, sempre que sigui possible, a situacions de la realitat.

Així com a primera ensenyança la mesura ha de ser quasi exclusivament directa, a segona ensenyança cal fer el pas de la mesura directa a la indirecta i mostrar la potència d'aquesta última, lligada principalment a les formes geomètriques i molt especialment als triangles.

Per fer mesures de la realitat cal partir de la mesura directa i fer-la usant instruments (cintes mètriques, teodolits, etc.) i posteriorment passar a la mesura indirecta. Aquest procés cal dur-lo a terme no només amb la mesura de longituds sinó també amb la mesura d'angles, de superfícies i de volums.

Bloc 3. Mesura

1r CICLE	2n CICLE
FETS I CONCEPTES	
Mesura i geometria: Magnituds, unitats i instruments	
Mesures de longitud, de superfície i de volum. Unitats i relacions	Mesura directa d'angles (horitzontals i verticals) en la realitat emprant instruments
Perímetre i àrea. Relacions i diferències	Mesures indirectes de longituds i amplituds en triangles
Mesura directa i indirecta de superfícies	Mesures directes i indirectes de volums de cossos en l'espai
Mesures d'amplitud i la seva relació amb els girs. Unitats	Relació entre la raó de longituds, la raó d'àrees i la raó de volums en figures i cossos semblants
Relacions i diferències entre magnituds: massa, capacitat i volum	
Mesura i nombres: expressió d'una mesura i altres magnituds	
Els nombres racionals com a expressió d'una mesura	Segments incommensurables
Expressió fraccionària i decimal d'una mesura	Els nombres reals (racionals i irracionals) com a expressió d'una mesura
Aproximacions i errors en la mesura directa	Raó i mesura
Mesures de temps gran i petit. Unitats	Aproximacions decimals d'una mesura
Relació entre expressions del temps en sistema decimal i sexagesimal	

1r CICLE	2n CICLE
PROCEDIMENTS	
Mesura i geometria: Magnituds, unitats, i instruments	
Realització de mesures directes de longituds, amplituds, superfícies i volums emprant materials, instruments i unitats adequats	Ús d'instruments per mesurar angles verticals i horitzontals en situacions reals
Relació entre l'àrea del rectangle i el producte de dos longituds	Ús d'estratègies de càlcul mental i estimació de mesures en situacions quotidianes
Deducció d'àrees de figures planes a partir d'altres, emprant l'equivalència	Realització de mesures indirectes de distàncies inaccessibles utilitzant triangles semblants
Càlcul de perímetres i àrees de figures planes, variant una magnitud i fixant l'altra, i trobant valors màxims i mínims en casos senzills.	Càlcul de manera indirecta de volums de cossos en l'espai
Relació entre la longitud de la circumferència i l'àrea del cercle	Determinació d'àrees i volums de figures semblants a partir de la raó de semblança
	Determinació de mesures inaccessibles en l'entorn del centre, utilitzant la semblança o les raons trigonomètriques
Nombres, operacions i mesura	
Ús de fraccions pròpies i impròpies i de nombres decimals per expressar mesures	Determinació per mètodes geomètrics de longituds irracionals en casos senzills
Determinació d'aproximacions per excés i defecte, en forma fraccionària i decimal, d'una mesura	Expressió de mesures irracionals de manera exacta i aproximada (per excés i per defecte)
Mesures de temps gran i petit emprant unitats i expressions adients	
Ús de les mesures de temps en la resolució de problemes	

ORIENTACIONS DIDÀCTIQUES DEL BLOC 3

En el bloc de mesura, cal distingir les magnituds geomètriques -i en aquest sentit podem dir que la mesura relaciona la geometria i els nombres, - de les altres magnituds, la principal de les quals és el temps, tant per la seva rellevància en el nostre món com per les característiques especials del seu sistema d'unitats de caràcter sexagesimal.

Cal diferenciar clarament la mesura directa de la indirecta, perquè mentre el treball a primera ensenyança és experimental, a segona ensenyança és més deductiu. En aquest sentit, mentre que a primera ensenyança la mesura directa ha de ser la protagonista gairebé exclusiva, a segona ensenyança la mesura indirecta ha d'anar prenent protagonisme a mesura que avança el nivell educatiu.

Això no vol dir que no calgui mantenir una part dedicada a la mesura directa, especialment per a magnituds com la superfície i el volum, ja que aquest treball és necessari per entendre què significa determinar una àrea o un volum. Per tant, mesurar àrees de manera directa, tant de superfícies reals petites (per recobriment d'unitats) com de polígons senzills dibuixats sobre trames (per descomposició o complementació), així com analitzar de manera paral·lela el volum d'ortoes i altres cossos formats per cubs unitaris, són activitats que permeten comprendre els conceptes d'àrea i de volum, veure la necessitat i al mateix temps la diferència de les unitats, i alhora apropiat-se a la mesura indirecta.



En relació amb els sistemes d'unitats per mesurar una magnitud determinada i el pas d'unes a altres, tot i el treball fet a primera ensenyança, és a segona ensenyança on, lluny de regles per a efectuar canvis, l'alumnat podrà entendre la relació de proporcionalitat inversa existent entre la unitat i el nombre que expressa una mesura determinada.

Un aspecte important relacionat amb les magnituds geomètriques és la seva distinció i l'anàlisi del que succeeix quan una d'elles varia: per exemple, en situacions en què es manté (o varia) el perímetre i en les quals cal veure què passa amb l'àrea (i viceversa) i, de manera paral·lela, la situació similar entre l'àrea i el volum. Es tracta d'una aproximació als problemes d'optimització, tan rellevants en les matemàtiques, que serveixen per explicar molts fenòmens del món real (perquè les bombolles de sabó són esfèriques?) i permeten lligar geometria, mesura i funcions alhora que es desenvolupa la modelització.

Treballar amb les fórmules per calcular àrees i volums, descobrir-les i validar-les en casos senzills permet desenvolupar la idea d'equivalència, tant d'àrees com de volums, transformant figures en altres de la mateixa superfície o volum. També aquesta activitat, que relaciona la geometria i l'àlgebra i combina la inducció i la deducció, permet treballar l'equivalència entre diverses fórmules d'àrees i volums (per exemple, la deducció de l'àrea d'un trapezi a partir d'altres ja conegudes -rectangle, triangle i paral·lelogram- amb un gran nombre de possibilitats i expressions algebraïques no iguals però sí equivalents).

És possible determinar el valor d'una mesura sense mesurar-la? L'ús d'exemples rellevants de la història de la ciència en què això ha estat possible, com poden ser els primers càlculs de distàncies del sistema Terra-Sol-Lluna, o la determinació de la longitud del meridià terrestre, permet treballar situacions de modelització que mostren la importància de la mesura indirecta en l'avenç de la ciència a través de la història, al mateix temps que analitzem les propietats que cal aplicar per deduir unes mesures a partir d'altres. Aquest punt és important -i extensible als altres blocs de continguts-, perquè la perspectiva històrica permet veure que l'ús de recursos matemàtics del bloc de la mesura van servir en un moment històric determinat per resoldre problemes científics molt rellevants en la seva època.

Bloc 4. Àlgebra i funcions

A diferència dels tres blocs anteriors, que continuen el treball de primera ensenyança, el bloc d'àlgebra i funcions és nou, i característic de les matemàtiques de segona ensenyança. I ho és per dos motius principals: d'una banda perquè desenvolupa per primera vegada el llenguatge algebraic, en què els nombres s'expressen d'una manera nova (per mitjà de lletres), i de l'altra perquè sorgeix el concepte de funció. Aquest és un concepte clau de les matemàtiques, particularment de la modelització, ja que els diferents models de funcions que es treballen serveixen per analitzar matemàticament molts fenòmens de la realitat, i de manera específica permeten considerar abstraccions de les lleis científiques.

Malgrat el lligam entre àlgebra i funcions, a través de les expressions analítiques d'aquestes darreres, cal tenir en compte que l'àlgebra escolar té diversos usos, alguns dels quals són previs al treball amb funcions. N'esmentem els principals: és una manera d'expressar nombres, propietats i patrons; és una eina per resoldre problemes inversos a través de les equacions, i finalment és un llenguatge per dur a terme demostracions i, en general, per emprar el raonament deductiu. Així, el desenvolupament inicial de l'àlgebra haurà de tenir en compte aquests usos diferents, i a través dels quals s'ajudarà els alumnes a dotar de significat les expressions algebraiques i les equacions.

D'altra banda, en aquest bloc presentem els models elementals de funcions i les seves aplicacions, per analitzar molts fenòmens de la realitat i desenvolupar la competència de modelització. Això ens portarà al concepte general de funció i al treball d'algunes característiques generals d'aquest concepte. Cal tenir en compte que una funció es pot expressar de diverses maneres i que és aquesta multiplicitat, i les relacions entre les diferents representacions, allò que permet dotar de significat tant el concepte com les característiques de cadascun dels models concrets estudiats, juntament amb els contextos en què podem aplicar els diferents models de funció.

Bloc 4. Àlgebra i funcions

1r CICLE	2n CICLE
FETS I CONCEPTES	
Expressions algebraiques i equacions	
Lletres per representar nombres	Expressions algèbriques notables (binomi). Interpretació geomètrica
Expressió de patrons, regularitats i propietats numèriques amb diversos llenguatges, inclòs l'algebraic	Equacions de primer i segon grau
Expressions algèbriques. Significat per comparació amb altres llenguatges (verbal, icònic)	Regles de transformació d'equacions en equivalents
Igualtats i equacions	Sistemes d'equacions (dos equacions de primer grau amb dos variables)
Equacions de primer grau	Relació de les equacions de primer i segon grau i dels sistemes d'equacions amb les funcions, i resolució gràfica
Models per a la resolució d'equacions	Equacions senzilles de grau superior a dos i exponencials
	Inequacions lineals. Interpretació gràfica i resolució

1r CICLE	2n CICLE
FETS I CONCEPTES	
Funcions: representacions i característiques generals	
Incògnites, variables, dependència	La funció com a concepte
Idea de funció com a relació de dependència entre dos variables	Visió qualitativa de la gràfica d'una funció
Representacions d'una funció (verbal, taula, gràfica, expressió algebraica)	Variable, dependència, domini i recorregut d'una funció
Traduccions entre representacions d'una funció	Idea de creixement, concavitat, continuïtat i extrems basada en la gràfica d'una funció
	Funcions inverses
Models de funcions	
Proporcionalitat directa i inversa.	Funcions quadràtiques i polinòmiques (graus 3 i 4)
Funcions lineals. Significats, paràmetres i variables	Funcions exponencials i logarítmiques
Taxa de variació	Funcions periòdiques
Funcions afins. Característiques del model i representacions	Funcions discretes i definides a trossos a partir de contextos reals
PROCEDIMENTS	
Expressions algebraiques i equacions	
Comparació entre expressions verbals i algèbriques	Relació del llenguatge algèbric amb altres (verbal, icònic, gràfic) per dotar-lo de significat
Ús de contextos per donar significat a les expressions algèbriques	Descomposició i interpretació geomètrica d'expressions algèbriques
Determinació del valor numèric d'expressions algèbriques	Aplicació de les regles de transformació d'equacions a la resolució d'equacions de primer i segon grau
Càlculs algèbrics (amb i sense TIC)	Elecció d'un mètode adient per resoldre sistemes d'equacions
Ús de models per resoldre equacions de primer grau	Ús d'eines TIC per a la realització de càlculs algèbrics i la resolució d'equacions
Resolució de problemes utilitzant equacions	Resolució de problemes en contextos diversos, utilitzant equacions i inequacions
Funcions: representacions i característiques generals	
Ús de les funcions per analitzar fenòmens de canvi i resoldre problemes a través de la modelització	Ús de recursos TIC (GeoGebra i calculadores) per representar funcions i fer la traducció entre representacions
Interpretació i construcció de gràfics funcionals (qualitatius i quantitatius)	Resolució de problemes en contextos diferents emprant funcions discretes i definides a trossos
Ús de recursos TIC (GeoGebra) per representar taules i gràfics de situacions funcionals	Identificació de variables i tipus de funcions donades per fórmules geomètriques, de mesura i d'estadística

Models de funcions**Resolució de situacions de repartiments proporcionals****Traduccions entre representacions de funcions lineals, afins i de proporcionalitat inversa****Aplicació dels models lineal i afí per resoldre situacions que responen a aquests models****Caracterització de models de funcions quadràtiques, polinòmiques i exponencials****Traduccions entre representacions de funcions quadràtiques, polinòmiques i exponencials****Resolució de situacions en contextos diversos que responen a models quadràtics, polinòmics i exponencials****ORIENTACIONS DIDÀCTIQUES DEL BLOC 4**

Hi ha dos eixos diferenciats, però amb connexions entre ells, que organitzen el conjunt de recursos del bloc: l'àlgebra, un llenguatge abstracte en el qual cal distingir-ne: les finalitats i els usos, els aspectes semàntics -significats- i els sintàctics -les tècniques-; i el concepte de funció, que permet generar models per estudiar fenòmens diferents en els quals hi ha una relació de dependència entre variables. Els dos eixos són igualment importants, i per la seva rellevància van creixent a mesura que s'avança en els diferents cursos de segona ensenyança. A diferència del que passa amb altres blocs, és a segon cicle on s'amplia la construcció, l'aplicació i el desenvolupament de competències lligades als recursos de l'àlgebra i de les funcions.

Cal referir-se d'entrada a la transició entre aritmètica i àlgebra. És en aquest primer pas on ja sorgeixen les primeres dificultats de l'alumnat, que es concreten en tres tipus de conflictes: el significat de les lletres (passen de ser etiquetes a representar valors numèrics -incògnites, variables i paràmetres-); el significat dels símbols, principalment de la multiplicació (passem de 2×3 a $2 \cdot 3$ i a $2x$) i de la igualtat (entesa sovint com a instrucció per executar una operació), i les respostes esperades: la necessitat de tancar els resultats com a l'aritmètica.

Sovint es tendeix a identificar l'àlgebra amb la resolució d'equacions (de sistemes i d'inequacions). Les equacions són una part rellevant de l'àlgebra que serveix per resoldre una tipologia de problemes, però a la vegada limitada, tant quan ens referim a equacions amb una incògnita, en què resta amagada la idea de variable (clau per entendre les expressions analítiques de les funcions), com pel fet que l'àlgebra té altres usos importants.

La consideració que l'àlgebra és el llenguatge "genuí" de les matemàtiques prové, possiblement, del fet que serveix per a més coses que per resoldre equacions. L'àlgebra és un llenguatge que serveix per comunicar, per descobrir i expressar propietats i relacions que l'alumnat ha vist anteriorment (per exemple, quan s'escriu $a + b = b + a$, per expressar la commutativitat, o bé $A_r = b \cdot h$, per expressar l'àrea del rectangle). Aquestes expressions són igualtats algebraïques, però no necessàriament equacions (pensem què passa amb la igualtat: $a + b = a \cdot b$).

L'àlgebra també és un llenguatge per argumentar i demostrar, gràcies a l'ús d'expressions que tenen un significat, i que en transformar-les en altres d'equivalents en tenen un altre (la suma de dos nombres consecutius és imparell: $n + (n+1) = 2n+1$). Cal tenir en compte que sovint aquestes demostracions no convencen l'alumnat per la seva abstracció, i també que no són l'única, ni sempre la millor, manera de demostrar (altres tipus de demostracions, com les visuals, són igualment vàlides i sovint més convinents).

A mesura que l'alumnat es va familiaritzant amb l'àlgebra cal establir lligams entre l'àlgebra i altres blocs de recursos: ja ens hem referit als nombres, però és amb la geometria i amb les funcions que trobarem més connexions, sempre en un camí d'anada i tornada (la resolució gràfica d'un sistema de dos equacions amb dos incògnites n'és un exemple, i també ho és la relació entre el nombre de solucions d'una equació de segon grau, l'expressió que permet obtenir-les i la representació gràfica).



Pel que fa a les funcions, per treballar-les s'ha de tenir en compte, d'una banda, que són una eina per desenvolupar la modelització, i de l'altra, que es tracta d'un concepte ampli, general i complex. Per això, més que mai, no té sentit partir de definicions que, com més generals i precises siguin, menys comprensibles i útils seran per a l'alumnat.

Abans hem esmentat la relació entre les funcions i el llenguatge algebraic, però aquest no ha de ser el punt de partida (massa sovint s'ha identificat una funció amb la seva expressió analítica), sinó el punt d'arribada. El treball amb les funcions s'inicia amb situacions reals que relacionen dos variables; en aquest moment les funcions es veuen com un procediment (una transformació), a partir del llenguatge verbal, de taules i de gràfics. Serà després, i no abans, que les variables concretes (litres de benzina/cost, temps/espai, calor/intensitat del corrent) esdevindran variables abstractes "x" i "y", i que les propietats generals de les relacions entre aquestes variables es podran aplicar a les variables concretes que corresponen a un cert model.

El treball amb els models elementals i els diferents llenguatges de representació, a partir d'activitats tant matemàtiques com de contextos reals, de traducció d'un llenguatge a un altre (amb interpretació de les transformacions produïdes), és clau per desenvolupar competències (de modelització i de comunicació) i per construir el concepte de funció.

Entre les diferents representacions mereix un esment especial la representació gràfica, que massa sovint es limita a la traducció: expressió algebraica - taula - gràfica, que l'alumnat aprèn com una tècnica. Cal treballar altres traduccions, com les que connecten el llenguatge verbal i el gràfic: interpretacions qualitatives i construcció d'esbossos que permeten fer un millor treball conceptual.

Bloc 5. Estadística i probabilitat

Si entenem les matemàtiques com una disciplina que ens permet conèixer i interpretar el nostre món i actuar-hi, aquest bloc té com a finalitat general proporcionar eines per obtenir i interpretar dades, en particular quan les volem tractar de manera global, i també per fer inferències sobre esdeveniments que encara no han succeït.

D'acord amb el que acabem de dir, separem el bloc en dos grans parts: estadística (majoritàriament descriptiva i un inici inferencial) i probabilitat. No obstant això, trobem punts de contacte entre ells en la comparació entre els conceptes de freqüència relativa i de probabilitat, a través de la llei dels grans nombres.

Tot el bloc té molts punts de contacte amb el bloc de nombres i també amb la mesura, ja que en l'estadística treballem amb dades numèriques, que molt sovint són resultats de mesures, i també amb gràfics, que cal saber interpretar i construir. De manera semblant la probabilitat es relaciona amb els nombres, en concret amb les fraccions, i també amb les situacions de comptatge i la combinatòria, que incloem en aquest bloc.

Pel que fa a l'estadística, com a primera ensenyança, cal que l'alumnat aprengui a desenvolupar estudis estadístics, des de la determinació i caracterització del que es vol estudiar, fins a les conclusions derivades de la interpretació de les dades. Això implica fer-se preguntes, preparar instruments per recollir dades, organitzar-les i representar-les, i analitzar les dades obtingudes per poder respondre les preguntes inicials.

En relació amb la probabilitat, es parteix de la idea d'espai mostral i de la llei que permet determinar probabilitats de successos equiprobables, per arribar a analitzar situacions no equiprobables. Caldrà combinar el càlcul teòric de probabilitats amb la determinació experimental de la freqüència relativa, tant en experiments fets pels alumnes com a partir de programes que permeten fer simulacions amb nombres molt grans. També caldrà treballar problemes de recomptes i, amb posterioritat, classificar-los d'acord amb la combinatòria, com a eina per calcular probabilitats en casos complexos.

Els recursos d'aquest bloc cal treballar-los a partir de situacions concretes, de la realitat quotidiana i social i dels jocs, principalment, que són les que permetran dotar de significat tant els conceptes estadístics com els de la probabilitat.

Bloc 5. Estadística i probabilitat

1r CICLE	2n CICLE
FETS I CONCEPTES	
Conjunts de dades i estadística	
Disseny de petits estudis estadístics, tant a partir de dades donades com de dades obtingudes experimentalment	Elements d'un estudi estadístic: qüestions; instruments per recollir dades; organització, representació i caracterització de dades; interpretació i conclusions
Representació de la distribució de dades en taules i gràfics estadístics (diagrames de punts, barres i sectors)	Població, mostra i variables estadístiques
Freqüència absoluta, relativa i acumulada	Taules i gràfics: histogrames, polígons de freqüències, diagrames de caixa, núvol de punts
Significat de les mesures de centralització (mitjana, mediana i moda)	Mesures de centralització i dispersió (rang i desviació típica)
Resposta a les preguntes formulades i conclusions d'un estudi	Full de càlcul i recursos TIC per fer estudis estadístics

1r CICLE	2n CICLE
FETS I CONCEPTES	
Atzar i probabilitat	
Successos en situacions d'atzar i graus de probabilitat La probabilitat com a nombre entre 0 i 1 i la seva relació amb les fraccions pròpies Espai mostral de successos equiprobables Relació entre la probabilitat i la freqüència relativa Successos no equiprobables en casos senzills Successos independents (la probabilitat no té memòria)	Probabilitat i freqüència relativa. La llei dels grans nombres Espai mostral en situacions no equiprobables Probabilitat de successos compostos Inferència i predicció en casos senzills Recomptes i combinatòria (variacions, permutacions i combinacions)
PROCEDIMENTS	
Conjunts de dades i estadística	
Formulació de preguntes abordables amb l'estadística Elaboració i aplicació d'instruments per recollir i organitzar dades Interpretació de taules de dades i gràfics estadístics Selecció i construcció de la representació més adient per interpretar la distribució de les dades Utilització de calculadora i recursos TIC per trobar freqüències relatives i mesures de centralització (mitjana, mediana, moda)	Determinació de poblacions, mostres i variables estadístiques (qualitatives i quantitatives) Agrupació de dades en classes o intervals Interpretació i construcció de taules i gràfics: histogrames, polígons de freqüències, diagrames de caixa, núvol de punts Determinació i comparació de mesures de centralització i dispersió Ús del full de càlcul i recursos TIC per fer estudis estadístics
Atzar i probabilitat	
Ús de termes probabilístics per caracteritzar successos: segur, possible, impossible, poc probable, bastant probable, molt probable Determinació de probabilitats de successos en situacions d'equiprobabilitat, utilitzant l'espai mostral Càlcul de probabilitats emprant la llei de Laplace (casos favorables / casos possibles) Us de simulacions i recursos TIC per a la determinació de probabilitats Aplicació de la probabilitat i de recomptes a l'anàlisi de jocs d'atzar	Distinció entre successos equiprobables i no equiprobables Ús de taules de contingència i diagrames d'arbre per determinar probabilitats en successos compostos Aplicació de la regla del producte per calcular probabilitats Aplicacions de les simulacions amb TIC per determinar probabilitats Resolució de problemes de recomptes emprant diversos mètodes Aplicació de la combinatòria al càlcul de probabilitats i a la resolució de problemes

ORIENTACIONS DIDÀCTIQUES DEL BLOC 5

El bloc inclou tant els recursos d'estadística com els de probabilitat. En relació amb la part de l'estadística, és important tenir en compte que no té sentit treballar els recursos de manera aïllada, ja que el més rellevant és que l'alumnat entengui en què consisteix fer un estudi estadístic, quin tipus de preguntes es poden respondre des de l'estadística i quines són les eines que ens permeten fer-ho.

Com en altres blocs cal partir de contextos reals i fer-se preguntes en aquests contextos. Per respondre-les caldrà seguir tots els passos d'un estudi estadístic: elaborar instruments per obtenir dades, determinar la població, i seleccionar la mostra si escau, aplicar els instruments per tal d'obtenir dades, organitzar-les, representar-les, analitzar-les i finalment arribar a conclusions que ens permetin respondre les preguntes formulades. Aprendre a fer-se preguntes abordables des de l'estadística i decidir quines dades ens interessa obtenir i com les analitzarem per poder respondre les preguntes formulades és una part fonamental d'aquest bloc.

En relació amb els recursos de l'estadística de caràcter més instrumental, com són les taules, els gràfics, i també les mesures de centralització i de dispersió, cal aprendre a interpretar-los i posteriorment a construir-los i/o calcular-los. També és important saber quins són els més indicats per analitzar una situació determinada (per exemple, quan serà millor fer un gràfic de punts, de barres o de sectors, o bé què és més important, la mitjana o la mediana, d'acord amb la pregunta que s'estudia).

Finalment, cal distingir quan treballem amb variables discretes (preferentment en el primer cicle) i quan ho fem amb variables contínues (segon cicle) i com es transformen les eines que cal emprar d'acord amb el caràcter d'aquestes variables (per exemple, quines semblances i quines diferències hi ha entre un diagrama de barres i un histograma).

La segona part del bloc es dedica a l'estudi de l'atzar a través de la probabilitat. Cal, inicialment, enllaçar-lo amb el treball proposat a primera ensenyança, és a dir, treballar a partir de situacions contextualitzades i de manera experimental (primer fer experiments de manera efectiva, per passar després a utilitzar simulacions amb ordinador). En aquest sentit, l'atzar que es troba en els contextos de joc és un camí interessant per començar (així fou, si analitzem la història, amb Cardano, Pascal i Fermat) sense oblidar altres contextos de la vida real en què la probabilitat és present (per exemple, qüestions que porten a l'anàlisi de riscos).

És important no restringir el treball amb la probabilitat a calcular-la a partir de la llei de Laplace (quocient entre casos favorables i casos possibles) i treballar les lleis que fonamenten la probabilitat: d'una banda la llei dels grans nombres (analitzant la relació entre probabilitat i freqüència relativa, és a dir, relacionant estadística i probabilitat), i de l'altra la independència de successos (si tirem cinc vegades una moneda no trucada i surten cinc cares, en el llançament següent la probabilitat d'obtenir cara o creu seguirà sent la mateixa). Aquesta segona llei, poc intuïtiva, sovint genera errors, per la qual cosa cal treballar-la de manera experimental.

També és important aprendre a determinar l'espai mostral d'un experiment, i fer-ho de manera que els seus elements tinguin la mateixa probabilitat, sempre que sigui possible. De manera gradual s'aniran introduint situacions en les quals apareguin esdeveniments no equiprobables per tal d'aprendre a tractar-los i a distingir-los dels equiprobables. També és important aprendre quan es pot emprar la llei del producte i quan no, per calcular probabilitats d'esdeveniments compostos.

En el treball amb la probabilitat, i especialment a segon cicle quan l'alumnat ja disposi de les regles bàsiques per calcular probabilitats, és adequat plantejar i analitzar situacions paradoxals o poc intuïtives (per exemple, quina ha de ser la grandària d'un grup de persones, perquè la probabilitat que dos hagin nascut el mateix dia de l'any sigui més gran de 0,5); aquest treball ajuda a entendre la complexitat de la probabilitat i la seva aplicació a la resolució de problemes.

S'inclou també en aquest bloc la combinatòria, entesa com una eina per resoldre problemes de comptar. Aquests recursos s'enllacen amb els del primer bloc (nombres) ja que es refereixen al comptatge, un dels usos



principals dels nombres naturals. Aquí, no es tracta de mostrar d'entrada les expressions que porten a resoldre els diferents problemes a partir de fórmules que després no se saben aplicar, sinó que, més que mai, cal començar pels problemes i analitzar les diferents maneres de resoldre'ls. També el càlcul de probabilitats, en casos en què el nombre d'elements de l'espai mostral és gran, serà una font important de problemes combinatoris. Per exemple, un problema que porta a tractar recursos de combinatòria, de manera conjunta amb altres de diferents blocs, és: determinar la probabilitat que, triant un nombre de cinc xifres a l'atzar, s'obtingui un nombre capicua, i estudiar com evoluciona aquesta probabilitat quan varia el nombre de xifres.



BOPA

Butlletí Oficial del
Principat d'Andorra

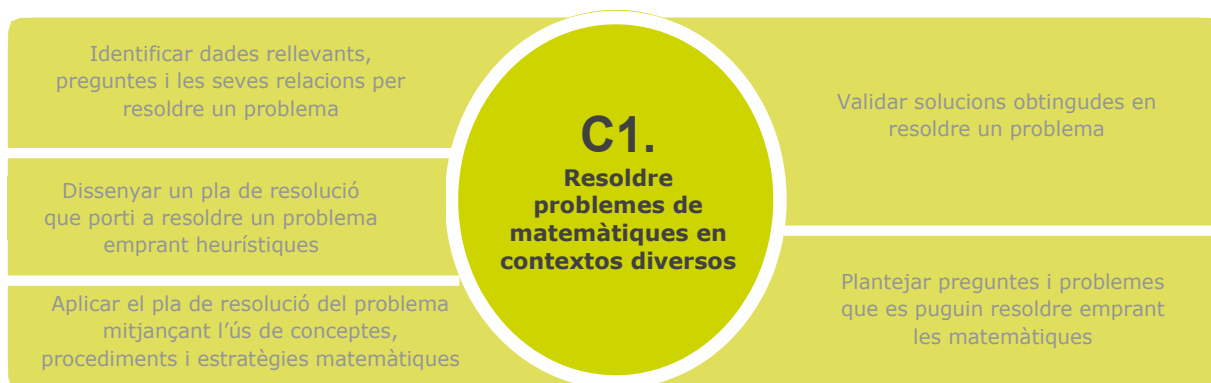
Núm. 91

19 de juliol del 2023

48/56

Quadres de síntesi

Quadre de síntesi de la C1



Criteris d'avaluació

CA1. Coherència

CA2. Pertinència

CA3. Sentit crític

Expectatives de 1er cicle

Al final del primer cicle, l'alumne resol problemes matemàtics en contextos diversos (quotidià, social, científic, lúdic, històric). Això implica que identifica amb coherència les dades rellevants per resoldre un problema i interpreta, de manera coherent, la relació entre les dades i les preguntes d'un problema, quan aquestes darreres estan formulades de manera explícita (necessitat de formular bé la pregunta i decidir com s'utilitzaran les dades).

Així mateix, selecciona heurístiques específiques coherents (taules, gràfics, diagrames, entre d'altres) i recursos (conceptuals, procedimentals, materials i digitals) dels blocs de nombres, de geometria, de mesura, d'estadística i de probabilitat coherents amb el disseny i la implementació d'un pla de resolució del problema. També emprà els recursos de manera pertinent per obtenir els resultats del problema, tant en els casos de solució única com els que tenen diverses solucions.

Quan obté els resultats, l'alumne respon les preguntes formulades i justifica amb sentit crític el significat de les solucions obtingudes en relació amb el problema. A més, justifica amb sentit crític el pla de resolució d'un problema, raonant la selecció de les heurístiques específiques i també justifica el procés de resolució raonant els recursos emprats en la resolució, en problemes d'aritmètica, de geometria, de mesura i d'estadística. En el procés de resolució d'un problema, es posa de manifest la manca de contradiccions entre les heurístiques, els conceptes, les tècniques emprades, així com la seva pertinència per respondre les preguntes formulades.

Finalment, l'alumne proposa preguntes pertinents a partir d'altres ja formulades, que es puguin resoldre utilitzant els recursos treballats.

Expectatives de 2n cicle

Al final del segon cicle, l'alumne resol problemes matemàtics en contextos diversos (quotidià, social, científic, lúdic, històric). Això implica que identifica amb coherència les dades rellevants en la resolució del problema, descarta dades o en troba d'altres i interpreta, de manera coherent, la relació entre les dades i les preguntes d'un problema, quan aquestes darreres estan formulades de manera explícita i implícita (necessitat de formular bé la pregunta i decidir com s'utilitzaran les dades). Així mateix, selecciona heurístiques específiques i generals coherents (analogia, estudi de casos, divisió d'un problema en parts, entre d'altres) i recursos (conceptuals, procedimentals, materials i digitals) dels blocs de geometria, d'àlgebra, de funcions, d'estadística i de probabilitat amb el disseny i la implementació d'un pla de resolució del problema. També empra els recursos de manera pertinent per obtenir els resultats del problema, tant els casos de solució única com els que tenen solucions diverses o infinites o no tenen solució. Quan obté els resultats, l'alumne respon les preguntes formulades i justifica amb sentit crític el significat de les solucions obtingudes en relació amb el problema. A més, justifica amb sentit crític el pla de resolució d'un problema raonant la selecció de les heurístiques específiques i generals, i també el procés de resolució, raonant els recursos emprats en la resolució, en problemes de geometria, d'àlgebra, de funcions, d'estadística i de probabilitat. En el procés de resolució d'un problema, es posa de manifest la manca de contradiccions entre les heurístiques, els conceptes, les tècniques emprades, així com la seva pertinència per respondre les preguntes formulades. Finalment, l'alumne, proposa preguntes pertinents a partir d'altres ja formulades, que es puguin resoldre utilitzant els recursos treballats.

Quadre de síntesi de la C2



Criteris d'avaluació

CA1. Adequació

CA2. Precisió

CA3. Sentit crític

Expectatives de 1er cicle

Al final del primer cicle, l'alumne modelitza matemàticament situacions reals. Això vol dir que identifica adequadament la situació real que cal estudiar i estableix relacions numèriques, geomètriques, de mesura, d'estadística i de probabilitat, i, si escau, les preguntes que s'han de respondre. D'altra banda, l'alumne selecciona un model matemàtic amb sentit crític, el contrasta amb la situació plantejada i formula de manera precisa el model, seleccionant adequadament les dades rellevants i establint les relacions que existeixen entre elles i amb el model. Alhora, per formular el model l'alumne selecciona de manera adequada els recursos numèrics, geomètrics, de mesura i estadística necessaris i els utilitza amb precisió i de manera adequada. També utilitza amb precisió els recursos tecnològics treballats per aplicar el model. Així mateix, interpreta amb sentit crític els resultats obtinguts quan aplica el model, sempre d'acord amb la situació real analitzada, arrodonint, aproximant o descartant alguna solució, si escau. Finalment, valora amb sentit crític la idoneïtat del model i les seves limitacions, a partir dels resultats obtinguts d'acord amb la situació real de partida.



Expectatives de 2n cicle

Al final del segon cicle, l'alumne modelitza matemàticament situacions reals. Això vol dir que identifica adequadament la situació real que cal estudiar i estableix relacions geomètriques, algebraiques, funcionals, d'estadística i de probabilitat, i, si escau, les preguntes que s'han de respondre. D'altra banda, selecciona un model matemàtic amb sentit crític, el contrasta amb la situació plantejada i formula de manera precisa el model, seleccionant les variables, els paràmetres i les relacions entre elles i amb el model. Alhora, l'alumne selecciona de manera adequada els recursos geomètrics, algebraics, funcionals, estadístics i de probabilitat necessaris a l'hora de formular el model matemàtic i els utilitza amb precisió i de manera adequada. També utilitza amb precisió els recursos tecnològics treballats per aplicar el model. Així mateix, interpreta amb sentit crític els resultats obtinguts amb l'aplicació del model, sempre d'acord amb la situació real analitzada, arrodonint, aproximant, reformulant o descartant alguna solució, si escau. Finalment, valora amb sentit crític la idoneïtat del model i les seves limitacions, a partir dels resultats obtinguts d'acord amb la situació real de partida, i el reformula si escau.

Quadre de síntesi de la C3



Criteris d'avaluació

CA1. Coherència

CA2. Efectivitat

CA3. Sentit crític

Expectatives de 1er cicle

Al final del primer cicle, l'alumne aplica el raonament matemàtic per conjecturar i per demostrar. Això significa que identifica elements matemàtics en situacions reals que li permeten donar significats concrets a conceptes i propietats de manera coherent, és a dir, utilitzar diferents contextos que permetin formular concrecions de les propietats i conceptes matemàtics que són de naturalesa abstracta. Així mateix, utilitza el raonament inductiu de manera efectiva, és a dir, l'experimentació, la realització de proves, l'ús de casos particulars, i els recursos expressats de diferents maneres, per fer conjectures (plausibles, és a dir, raonables en el sentit que d'entrada, d'acord amb la informació disponible, semblen vàlides i no es refuten immediatament). També distingeix conceptes, propietats i conjectures amb sentit crític quan els utilitza. A més, utilitza de manera coherent propietats i conceptes matemàtics que li permeten establir raonaments lògics i fer deduccions (que en aquest cicle es focalitzaran a formular argumentacions i contrastar-les amb els altres). D'altra banda, selecciona els raonaments lògics més convenients per validar un resultat o una conjectura amb sentit crític, i valora amb sentit crític les conjectures formulades a partir dels resultats obtinguts. També argumenta de manera efectiva la certesa d'una conjectura i refuta amb coherència conjectures no vàlides a partir de casos particulars. Finalment, aplica de manera efectiva tant raonaments inductius com deductius en casos simples, és a dir, sense necessitat d'encadenar diversos raonaments, quan estableix resultats.

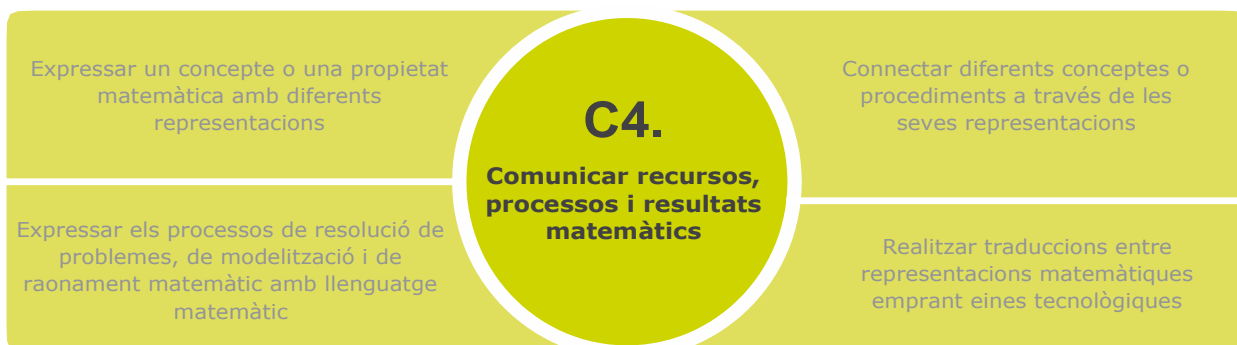
Expectatives de 2n cicle

Al final del segon cicle, l'alumne aplica el raonament matemàtic per conjecturar i per demostrar. Això significa que identifica elements matemàtics en situacions reals que li permeten definir conceptes i propietats de manera coherent (definicions que, tot i partir de situacions concretes, han de ser lògicament correctes, encara que puguin ser incompletes o presentar alguna imprecisió).

Així mateix, utilitza el raonament inductiu de manera efectiva, és a dir, l'experimentació, la realització de proves, l'ús de casos particulars, i els recursos expressats de diferents maneres, per fer conjectures (plausibles, és a dir, raonables en el sentit que d'entrada, d'acord amb la informació disponible, semblen vàlides i no es refuten immediatament). També, distingeix conceptes, propietats i conjectures amb sentit crític quan els utilitza.

D'altra banda, utilitza de manera coherent propietats i conceptes matemàtics que li permeten establir i encadenar raonaments lògics i fer deduccions (partint de l'argumentació i el contrast amb els altres, fins a arribar a la formulació escrita de deduccions). A més, selecciona els raonaments lògics més convenients per validar un resultat o una conjectura amb sentit crític, i valora amb sentit crític les conjectures formulades a partir dels resultats obtinguts. També argumenta de manera efectiva la certesa o la falsedat d'una conjectura i refuta amb coherència conjectures no vàlides a partir de contraexemples. Finalment, aplica de manera efectiva tant raonaments inductius com deductius per establir resultats, tant en casos simples com en alguns en què cal encadenar diversos raonaments.

Quadre de síntesi de la C4



Criteris d'avaluació

CA1. Pertinència

CA2. Claredat

Expectatives de 1er cicle

Al final del primer cicle, l'alumne comunica recursos, processos i resultats matemàtics. Això significa que utilitza terminologia i símbols matemàtics pertinents en les seves produccions i també explica conceptes, propietats i raonaments matemàtics utilitzant amb claredat llenguatge oral, escrit i simbòlic (numèric, geomètric, de mesura i estadístic). Així mateix, fa un ús pertinent de materials, representacions i recursos tecnològics per expressar conceptes, procediments i resultats. També connecta diferents representacions d'un concepte de manera pertinent, i tradueix d'una representació a una altra, un mateix concepte (numèric, geomètric, de mesura o d'estadística) interpretant de manera precisa els elements de cada representació. A més, explica de manera precisa i clara diferents processos: la resolució d'un problema, és a dir, explica les diferents fases de la resolució del problema (comprensió de l'enunciat, disseny d'un pla de resolució, execució del pla i validació de les solucions); també el procés de modelització, distingint la situació real, el model matemàtic aplicat i les solucions obtingudes, i finalment el procés d'argumentació, exposant afirmacions fonamentades que permetin validar o refutar un resultat.



Expectatives de 2n cicle

Al final del segon cicle, l'alumne comunica recursos, processos i resultats matemàtics. Això significa que utilitza terminologia i símbols matemàtics pertinents en les seves produccions i també explica conceptes, propietats i raonaments matemàtics utilitzant amb claredat llenguatge oral, escrit i simbòlic (geomètric, algebraic, funcional, estadístic i probabilístic). Així mateix, fa un ús pertinent de materials, representacions i recursos tecnològics per expressar conceptes, procediments i resultats. També connecta diferents representacions d'un concepte de manera clara, i tradueix d'una representació a una altra, d'un mateix concepte (geomètric, algebraic, funcional, d'estadística i de probabilitat) interpretant de manera clara els elements de cada representació. A més, explica de manera precisa i clara diferents processos: la resolució d'un problema, és a dir, explica les diferents fases de la resolució del problema (comprensió de l'enunciat, disseny d'un pla de resolució, execució del pla i validació de les solucions); també el procés de modelització, distingint la situació real, el model matemàtic aplicat i les solucions obtingudes, i finalment el procés de demostració, exposant afirmacions fonamentades que portin a establir la certesa d'un resultat.